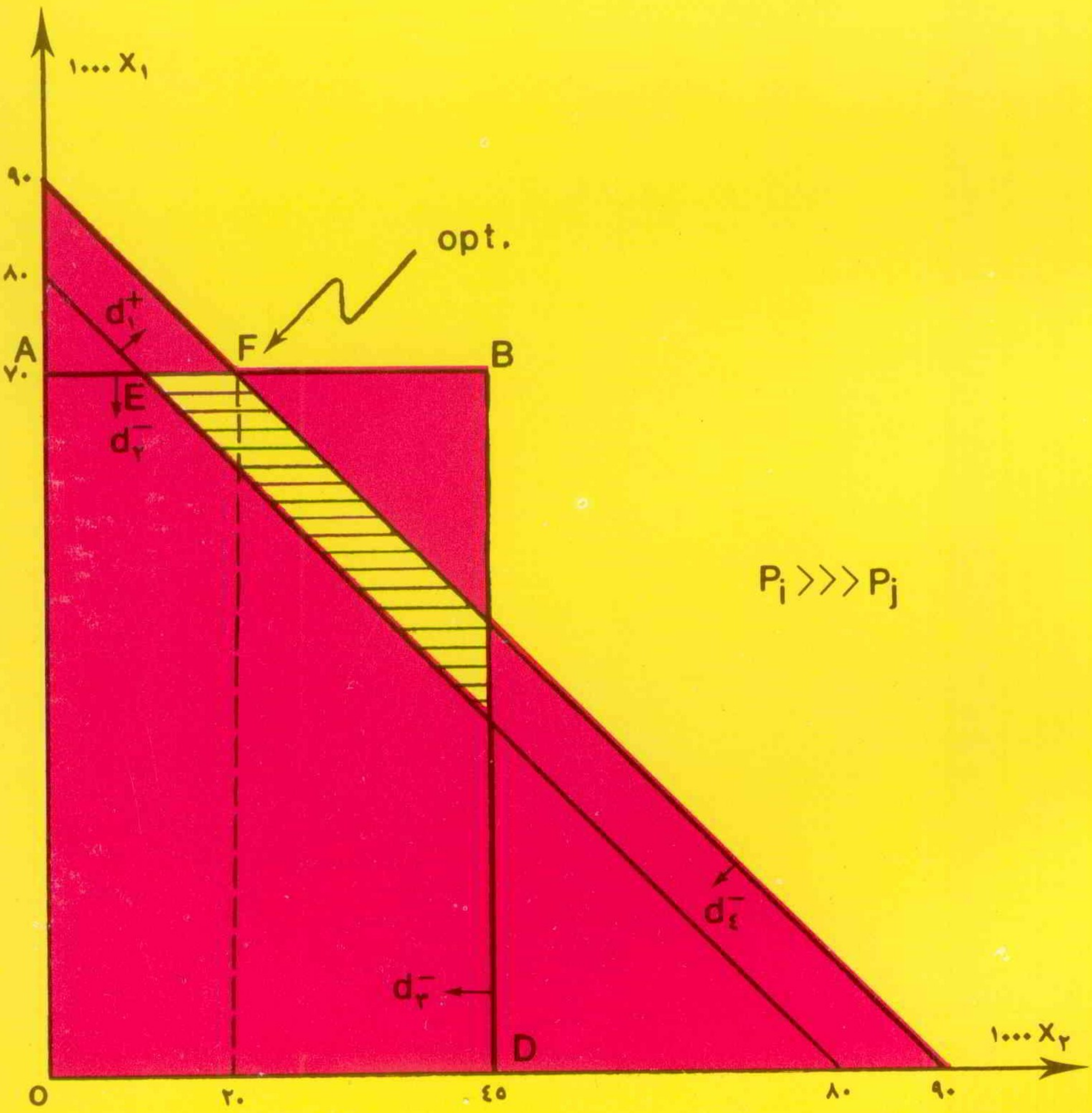
برنامه‌ریزی هدف

پروسهٔ تصمیم‌گیری اپتیمم با الویت‌های متفاوت

و روش حل‌آن با کامپیوتر



دکتر بیژن بیدآباد

سازمان برنامه وبودجه

برنامه ریزی هدف

(پروسه تصمیم‌گیری با پتیم با اولویتهای متفاوت)

و

روش حل آن با کامپیوتر

نوشته : بیژن بیدآباد

دفتر برنامه‌ریزی منطقه‌ای

بهار ۱۳۶۳

" بسمه تعالی "

" پیشگفتار "

واضح است که همیشه همه به دنبال رسیدن به هدفهای خود میباشند. با پیچیده شدن محیط تصمیم گیری رسیدن به این هدفها کمی مشکل میشود لذا روشهائی برای دستیابی به اهداف فوق ابداع گشته است. برنامه ریزی خطی که سعی درپیدا کردن یک هدف مشخص دارد به عنوان یکی ازتکنیکهای بی نظیر شناخته شده، ولی یکی ازنقائص آن همان رسیدن به یک هدف است بدین معنی که فقط یک هدف اپتیمم را بدست خواهد آورد بدون اینکه به شرایط دیگر مسئله ازلحاظ اهدافی که اولویت کمتری دارند توجه کند. این نقص با ارائه روش برنامه ریزی هدف تا حدی برطرف شده. روش برنامه ریزی هدف قادر است که اهداف متعددی را به ترتیب اولویت های آنان درتصمیم گیری اپتیمم وارد کند. برنامه ریزی هدف یکی ازتکنیکهای جوان وقابل انعطاف میباشد، که با تغییر آن به اشکال مختلف میتوان مسائل مختلفی راحل نمود.

هدف ازارائه این مقاله بررسی نکات اصلی وروش برنامه ریزی هدف میباشد وبه علت جوان بودن این روش رئوس مطالب آن ازمقالات S.M. LEE برداشت شده است. با توجه به ایرادات زیادی که به این مقاله ازهمه لحاظ واردمیباشد، انشاالله همکاران عزیز با راهنمائیهای خود نگارنده راآگاه خواهندساخت درآخراز زحمات آقای فیروز فراشی اوغانی وخانم سکینه پوراصغری خمامی که تایپ مقاله را به عهده گرفته اند تشکر فراوان مینمایم.

بیژن بیدآباد

کارشناس دفتربرنامه ریزی منطقه ای

بهار ۱۳۶۳

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
(۱) ـ مقدمه وتاریخچه برنامه ریزی هدف	۱
(۲) ـ آنالیزریاضی برنامه ریزی هدف	۳
الف ـ یك هدف اصلی وزیرهدفهای چندگانه	٤
ـ مثال (۱)	٥
ب ـ محدودیتهای زیرهدف	٦
ـ مثال (۲)	۸
ج ـ تجزیه تحلیل اهداف چندگانه	۹
ـ مثال (۳)	۱۱
د ـ رتبه بندی ووزن دادن به هدفهای چندگانه	۱۲
ـ مثال (٤)	۱۷
(۳) ـ فرموله کردن مدل برنامه ریزی هدف	۲۰
الف ـ تغییرات درشکل تابع هدف	۲۰
ـ حداقل کردن $(d^- + d^+)$	۲۰
ـ حداقل کردن $d-$	۲۱
ـ حداقل کردن $d+$	۲۱
ـ حداقل کردن $(d^- - d^+)$	۲۱
ـ حداقل کردن $(d^+ - d^-)$	۲۲
ب ـ مثالهای فرمول بندی مدل	۲۳
ـ مثال (٥)	۲۳
ـ محدودیت اول : ظرفیت تولید	۲٦
ـ محدودیت دوم : ظرفیت فروش	۲۷
ـ مثال (٦)	۲۹
ـ محدودیت اول هدف فروش	۳۰
ـ محدودیت دوم ساعات کارعادی	۳۱
ـ محدودیت سوم اضافه کار	۳۱

عنوان	صفحه
مثال (۷)	۳۳
ـ عوامل تولید	۳۵
ـ نیازهای تولید	۳۵
ـ محدودیت بودجه	۳۶
مثال (۸)	۳۶
ـ ظرفیت عادی خط تولید	۳۷
ـ محدودیت فروش	۳۸
ـ زمان کار اضافه خط تولید	۳۸
مثال (۹)	۳۹
ـ فروش	۴۰
ـ خرید	۴۱
ـ ذخیره نقدی ۲۰۰۰ در پایان هر ماه	۴۲
ـ سود ۲۰۰۰۰ واحد پولی در ابتدای چهارماه	۴۲
ـ حد اکثر کردن سود برای تمام چهارماه	۴۳
مثال (۱۰)	۴۶
ـ سهمیه های فروش	۴۸
ـ ساعات کار عادی	۴۹
ـ اضافه کار مدیر	۴۹
ـ بن ها و حق کمسیون	۴۹
ج ـ مراحل فرموله کردن مدل برنامه ریزی هدف	۵۱
(۴) روش حل گرافیک مدل برنامه ریزی هدف	۵۲
مثال (۱۱)	۵۲
ـ ظرفیت تولید	۵۲
ـ محدودیت فروش	۵۴
ـ محدودیت کار اضافه	۵۵
ـ حل گرافیک مدل	۵۶

عنوان	صفحه
مثال (۱۲)	۵۶
مثال (۱۳)	۶۴
۵ـ روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف	۶۸
الف ـ روش سیمپلکس حل مدل برنامه ریزی خطی	۶۸
ب ـ روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف	۷۲
مثال (۱۴)	۷۲
ج ـ مراحل روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف	۸۰
۱ـ ایجاد جدول مرحله اول	۸۰
۲ـ تعیین ورود متغیرجدید به پایه	۸۱
۳ـ تعیین خروج متغییرازپایه	۸۱
۴ـ تعیین جواب امکان پذیر جدید	۸۲
۵ـ تعیین اپتیمال بودن جواب	۸۲
مثال (۱۵)	۸۳
مثال (۱۶)	۸۶
د ـ مشکلات عملی درسیمپلکس برنامه زیزی هدف وراه حل آنها	۹۷
۱ـ عدد ثابت (سمتراست) غیرمثبت	۹۷
۲ـ جواب نامحصور	۹۸
۳ـ جوابهای اپتیمال متفاوت	۹۸
۶ـ روش حل سیمپلکس بااستفاده ازکامپیوتر	۱۰۰
مثال (۱۷)	۱۰۰
الف ـ کارت مسئله	۱۰۲
ب ـ کارت علامت	۱۰۳
ج ـ کارتهای تابع آبژکتیو	۱۰۴
د ـ کارتهای قسمت اطلاعات (ضرائب فنی)	۱۰۷
هـ ـ کارتهای سمتراست	۱۱۰
و ـ کارت پایان	۱۱۱

عنوان | صفحه

ز ـ کارتهای برنامه‌ریزی هدف ۱۱۲

ح ـ کارتهای سیستم ۱۲۹

ط ـ ترتیب کامل کارتهای کامپیوتر برای حل برنامه ریزی هدف ۱۳۱

ی ـ تجزیه وتحلیل جواب کامپیوتر ۱۳۲

ـ (۱) اطلاعات داده شده (INPUT DATA) ۱۳۲

ـ (۲) جواب سمپلکس نهائی (THE FINAL SIMLEX SOLUTLON) ۱۳۷

الف ـ سمت راست (THE RIGHT- HAND SIDE) ۱۳۹

ب ـ نرخهای جایگزینی (THE SUBSTITUTLON RATES) ۱۳۹

ج ـ ماتریس $Z_J - C_J$ (THE $Z_J - C_J$ MATRIX) ۱۳۹

د ـ ارزیابی تابع آبژکتیو

(AN EVALUATIGN OF THE OBJECTIVE FUNCTION) ۱۳۹

ـ (۳) تجزیه وتحلیل کمکی (THE SLACK ANALYSIS) ۱۴۰

ـ (٤) تجزیه‌تحلیل متغیر (VARIABLE ANALYSIS) ۱۴۲

ـ (٥) تجزیه تحلیل آبژکتیو (ANALYSIS OF THE OBJECTIVE) ۱۴۴

منابع ومآخـــذ ۱۴۶

"بسمـــــــــــــه تعالی"

(۱) مقدمه و تاریخچـــه برنامه ریزی هدف :

بطور کلی سابقه تکنیکهای برنامه ریزی ریاضی به تئوریهای معادلات و نـا معادلات خطی و غیر خطی میرسـد GeorgeB . Dantzig که بعنوان پـــدر برنامه ریزی خطی شناخته شده برای اولین بار در دهه ۱۹٤۰ شروع به جستجوی تکنیکهائی برای احل برنامه ریزی‌های نظامی نمود تحقیقات وی توســـــــــط J. von Nevmann و L. Hurwicz و T.C. Koopmans ادامـــه یافت که به برنامه ریزی خطی منتـــــــــجردید . از سال ۱۹٤۸ دیگران نیـز شروع به بسط تکنیك برنامه ریزی خطی نمودند. منجمله A. charnes و W.W. cooper که نقش مهمی را در توسعه کاربرد برنامه ریزی خطـــی در مسائل صنعتی داشتند . از جمله تحقیقات این دو نفر برنامه ریزی هـــــدف (Goal Programming) میباشد .

برنامه ریزی هدف گسترش و تعدیل برنامه ریزی خطی میباشد با روش برنامه ریـزی هدف (a programming) میتوان حل همزمان سیستم آبژکتیوهـــــــــای پیچیده را بدست آورد . بعبارت دیگر تکنیکی است که توسط آن میتوان مسائل ـ تصمیم گیری که مربوط به یك هدف یا زیر هدف میشوند را حل نمود از طرفی دیگر تابـع آبـژکتیو مدل برنامه ریزی هدف میتواند از چند واحد اندازه گیری مختلـــف تشکیل شده باشـــد .

اغلب اوقات هدفهای چند گانه تصمیم گیرندگان با هم در تضاد میباشد و حصول به یکی از آنها به قیمت از دست دادن هدفهای دیگری میشود . بنا براین حل چنین مسئله‌ای احتیاج به مرتب نمودن اهداف از لحاظ اهمیت آنها دارد . در صورتیکه مدیریت تصمیم گیرنده بتواند اولویتهای مورد نظر خود را از لحاظ درجه اهمیت آنها حتی بطور ذهنی هم مرتب نماید بشرطی که تمام محدودیت هدفها رابطه خطی داشته باشند مسئله فوق را با استفاده از برنامه ریزی هدف میتوان حل نمود .

(۲) آنالیز ریاضی برنامه ریزی هدف

برنامه ریزی هدف یك مدل ریاضی خطی است که در آن بدست آوردن اپتیمم اهداف با توجه به شرایط تصمیمات داده شده مورد بررسی قرار میگیرد شرائط "تصمیمات" تعیین کننده مؤلفه‌های اساسی الگو میباشد منجمله متغیرهای انتخاب (choice variables) محدودیتها و تابع ابژکتیو (objectivefunction).

متغیرهای انتخاب متغیرهای حقیقی در مدل میباشند و مقادیر آنها بطور دلخواه تعیین میگردد که مقادیر مجموعه اپتیمم را تغییر میدهند. متغیرهای انتخاب مرتبط به هم و همچنین مرتبط با متغیرهای دیگر میباشند که مقادیر آنها بر طبق شرایط فنی و محیطی انتخاب میشوند.

محدودیتها بیانگر مجموعه روابط میان متغیرها میباشند که مقادیر متغیرهای انتخاب را محدود میکند.

یك تابع هدف یك جمله ریاضی است شامل تعدادی از متغیرها در مدل که مقادیر آنها زمانی که مقادیر سایر متغیرها معین میشوند محاسبه میشوند.

حال با یك مثال ساده برنامه ریزی هدف را شروع میکنیم:

(الف) یك هدف اصلی و زیر هدفهای چند گانه

حالتی را فرض‌کنید : وقتی میتوان به یك هدف دسترسی پیدا کرد که اول به زیر هدفهای آن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ دسترسی پیدا کنیم :

$$(1) \quad f(X_1, X_2, \ldots, X_n) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = b$$

که $a_1, a_2, \ldots, a_n$ اعداد حقیقی هستند. اگر X یك بردار ستونی با مولفه‌های $X_1, X_2, \ldots, X_n$ و a یك بردار ردیف متشکل از $a_1, a_2, \ldots, a_n$ باشد معادله (۱) را میتوان به شکل زیر عنوان نمـــود :

$$(2) \quad aX = b$$

اگر فرمول بندی برنامه ریزی هدف را بکار ببریم معادله (۲) را میتوان بشکـــل زیـــر نوشت :

$$(3) \quad \begin{aligned} &\min: Z = d^- + d^+ \\ &S.T: \quad aX + d^- - d^+ = b \\ &\qquad X, d^-, d^+ \geq 0 \end{aligned}$$

که d^+ و d^- بیانگر متغیرهای انحرافی ازهدف میباشند . درمعادله (۳) فرض

شده است که متغیر X غیر منفی است . اگر مسئله (۳) جواب داشته باشد ،
تابع ابژکتیو یا تابع Z مقادیر d^+ و d^- را مساوی صفر جواب میدهد زیرا
موقعیکه d^+ و d^- هر دو حداقل شوند و به صفر برسند به مقدار هدفیا "b"
در ازاء مقادیر معین X خواهیم رسید . باید توجه داشت که مقادیر d^+ و
d^- هردو مکمل یکدیگر میباشند یعنی اگر d^+ مقدار غیر صفر اختیار کند d^-
صفر خواهد شد و بلعکس و یا به عبارت دیگر حداقل یکی از d^+ یا d^- مساوی
صفر خواهند بود و همیشه رابطه $d^+ . d^- = 0$ برقراراست .

مثـــــــال ۱

نجاری تولید کننده میز معمولی و میز تحریر میباشد درآمد ناخالص وی از
فروش هر میز تحریر ۸۰ واحد پولی و از فروش هرمیز معمولی ٤٠ واحد پولی میباشد
هدف نجار بدست آوردن ٦٤٠ واحد پولی سود ناخالص در هفته آینده میباشد .

میتوانیم هدف سود را در غالب زیر هدفها مشخص نمائیم که عبارتند ازفروش
میز معمولی و میز تحریر، مدل برنامه ریزی هدف را میتوان به شکل زیر فرموله کرد :

(٤)

$$\text{min:} \quad Z = d^- + d^+$$

$$\text{s.to:} \quad 80x_1 + 40x_2 + d^- - d^+ = 640$$

$$x_1,\ x_2,\ d^-,\ d^+ \geq 0$$

x_1 عبارت است از تعداد میزهای تحریر و x_2 تعداد میزهای معمولـــــــی
که باید بفروش رود ، در صورتی که هدف سود ٦٤٠ واحد پولی کاملا" بدستنیاید

این کمبود بطور وضوح در هدف سود توسط d^- بیان خواهد شد که نشاندهنده انحراف منفی از هدف است . به عبارت دیگر اگر جواب نشان دهد که سود از ٦٤٠ واحد پولی بیشتر میشود d^+ مقداری بخود خواهد گرفت ه در مثال فوق تعدادی بی‌نهایت ترکیب X_1 و X_2 میتواند زنجار را به هدف خود برساند . جوابها میتواند هر ترکیب خطی از X_1 و X_2 بین دو نقطه ($X_1 = 8 , X_2 = 0$) و ($X_1 = 0 , X_2 = 16$) باشد .

(ب) محدودیتهای زیر هدف :

در مدل (٤) ما به دنبال جوابی بودیم که به هدف مورد نظر $ax = b$ برسیم اگر هدف مزبور غیر قابل حصول بود به جوابی برسیم که نزدیکترین فاصله را با هدف مورد نظر داشته باشد تنها محدودیتی که به زیر هدفهای مدل تحمیل شد شرط غیر منفی بودن زیر هدفها بود یا $X \geqslant 0$ به هر حال شرایط عملی دیگر محدودیتهای دیگری را وارد مدل مینماید مانند :

$$BX \leqslant h \qquad (٥)$$

که B یک ماتریس $m \times n$ و h یک بردار ستونی با m مؤلفه میباشد مدل (٤) را میتوانیم با اضافه کردن محدودیت جدید نشان دهیم :

$$\min : \quad Z = d^- + d^+ \qquad (٦)$$

$$S.TO : \quad aX + d^- - d^+ = b$$

$$BX \leqslant h$$

$$X , d^-, d^+ \geqslant 0$$

(٦)

یا شکل بازآن :

(۷) $\min : \quad Z = d^- + d^+$

$$\text{S. To} : \begin{bmatrix} a_1 , a_2 , \ldots , a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + d^- - d^+ = b$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \\ d^- \\ d^+ \end{bmatrix} \geqslant \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

یا به عبارت دیگر :

(۸)

$$\min: \quad Z = d^- + d^+$$

$$\text{S . TO:} \quad a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots a_n X_n + d^- - d^+ = b$$

$$b_{11} X_1 + b_{12} X_2 + \ldots + b_{1n} X_n \leqslant h_1$$

$$b_{21} X_1 + b_{22} X_2 + \ldots + b_{2n} X_n \leqslant h_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$b_{m1} X_1 + b_{m2} X_2 + \ldots + b_{mn} X_n \leqslant h_m$$

$$X_1 \geqslant 0$$

$$X_2 \geqslant 0$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$X_n \geqslant 0$$

$$d^- \geqslant 0$$

$$d^+ \geqslant 0$$

مثـــــــــــال ۲ :

مثال (۱) را در نظر بگیرید حال محدودیتهای دیگری را وارد مدل میکنیم فرض کنید که تعداد فروش میز تحریر در هفته نمیتواند از شش تجاوز کند و حـــد اکثـــر تعداد فروش میزهای معمولی هشت باشـــد ، مدل برنامه ریزی هدف آن بـــه شکل زیر میشـــود :

$$\min : \quad Z = d^- + d^+$$

(۹)

$$\text{S.TO:} \quad 80\,X_1 + 40\,X_2 + d^- - d^+ = 640$$

$$X_1 \leqslant 6$$

$$X_2 \leqslant 8$$

$$X_1 , X_2 , d^- , d^+ \geqslant 0$$

ازحل مدل (۹) به جوابهای $X_1 = 4$ و $X_2 = 4$ خواهیم رسید باایـــن جوابها مقادیر متغیرهای انحرافی d^+ و d^- هردو صفر خواهند بود وهـــدف سود نجاز با وجود محدودیتهای فوق به روی زیر هدفها قابل حصول خواهد بود .

(ج) تجزیه تحلیل اهـــداف چندگانه :

مدلهای ارائه شده در دو مثال قبل میتواند به حالتهائی بسط داده شود که تعداد هدفها بیشتر از یکی باشد . فرض میکنیم که اهداف چندگانه با هم نا ـ سازگار و بی تناسب باشند ،فرض کنید m هدف وجود دارد که آنرا توسط بردار ـــ ستونی m مؤلفه‌ای h نشان میدهیم و این اهداف چندگانه ترکیبی خطی است از n متغیر زیر هدف که با بردار ستونی n مؤلفه‌ای X نشان داده میشود . اگـــــــر رابطه بین هدفها و زیر هدفها را باماتریس A به ابعاد mxn مشخـــــص کنیم ،مدل را میتوانیم بنویسیم :

(۱۰)

$$AX = b$$

$$X \geqslant 0$$

اگر فرض کنیم که سیستم (۱۰) جواب داشته باشد مدل برنامه ریزی هدف مابشکل زیر در خواهد آمـــــد .

$$\min : \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \left(d_i^- + d_i^+ \right) \tag{11}$$

$$s.To : \quad AX + Id^- - Id^+ = b$$

$$X \ , \ d^-, \ d^+ \ \geqslant 0$$

که d^+ و d^- بردارهای ستونی m مؤلفه‌ای میباشند که نمایانگر انحرافها از هدفها هستند و I ماتریس واحد $m \times m$ میباشـــــد .

شکل باز مدل (۱۱) از قرار زیراست :

$$\min : \quad Z = d_1^- + d_1^+ + d_2^- + d_2^+ + \ldots + d_m^- + d_m^+ \tag{12}$$

$$S.To: \quad \begin{bmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^- \\ \vdots \\ d_m^- \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ldots & \ldots & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^+ \\ \vdots \\ d_m^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} d_1^- \\ \vdots \\ d_m^- \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} d_1^+ \\ \vdots \\ d_m^+ \end{bmatrix} \geqslant 0$$

مدل (۱۲) را میتوان به شکل زیر نیز عنوان کـــــــرد :

(۱۳)
$$\min: \quad Z = (d_1^- + d_1^+) + \ldots + (d_m^- + d_m^+)$$

$$\text{S.To:} \quad a_{11} X_1 + \ldots + a_{1n} X_n + d_1^- - d_1^+ = b_1$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$a_{m1} X_1 + \ldots + a_{mn} X_n + d_m^- - d_m^+ = b_n$$

$$X_1, \ldots, X_n \geqslant 0$$

$$d_1^-, \ldots, d_m \geqslant 0$$

$$d_1^+, \ldots, d_m^+ \geqslant 0$$

مثـــــــــال ۳.

مثال (۱) را در نظر بگیریـــم که هدف تجار بدست آوردن سودی نزدیک بـــه ۶۴۰ واحد پولی است و همچنین وی مایل است که تعداد فروش میزهای تحریـــــر و میزهای معمولی به ترتیب نزدیک به شش و چهار باشد . مدل مسئله وی ,امیتوان بشکل زیر نوشت :

(۱۴)
$$\min \quad Z = d_1^- + d_2^- + d_3^- + d_1^+$$

$$\text{S.To} \quad 80 X_1 + 40 X_2 + d_1^- - d_1^+ = 640$$

$$X_1 + d_2^- = 6$$

$$X_2 + d_3^+ = 4$$

$$X_1, X_2, d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_1^+ \geqslant 0$$

جواب مسئله فوق با امتحان ساده آن بدست خواهد آمد $X_2 = 4 \ , \ X_1 = 6$

و تمام هدفها کاملا" بدست میآیند . بنابراین : $d_1^- = d_2^- = d_3^- = d_1^+ = 0$

(د) رتبه بندی و وزن دادن به هدفهای چندگانه

در مثال (۳) حالتی ارائه شد که تمام هدفها بطور همزمان با محدودیتهای داده شده بدست آمدند . ولی در عمل این موضوع بندرت اتفاق میافتد ، غالبا" اکثر هدفها در رابطه با احتیاج به منابع محدود با هم در رقابت هستند در این زمان تصمیم گیرنده احتیاج به بررسی قضاوت خود درباره اهمیت تك تك این هدفها دارد . به عبارت ساده‌تر مهمترین هدف تصمیم گیرنده اول باید حاصل شود تا هدفی که از لحاظ اهمیت در درجه دوم قرار دارد . هدفهای تصمیم گیرنده ممکن است با مجموعه‌ای از محدودیتها در ارتباط مستقیم باشد . برای مثال وی ممکن است هدفی را در نظر بگیرید که مرتبط با نیروی انسانی موجود باشد که قسمتی از محدودیتهای تولید است یا هدف مزبور ممکن است کاملا" یك تابع مجزائی از محدودیتهای سیستم باشد . اگر شرایطی نظیر فوق وجود دارد محدودیت هدف باید در مدل ایجاد شود . تصمیم گیرنده باید سیستم را تجزیه تحلیل نموده و بررسی نماید که آیا هدفهایش در مدل برنامه ریزی هدف بیان میشود یا خیر ، زمانی که تمام محدودیتها و هدفها کاملا" در مدل شناسائی شد ، وی باید

هدفها را در رابطه با حصول آنها " بیشتر یا کمتر از هدف " بررسی نماید به عبارت دیگر اگر مقدار حاصل در جواب مدل بیشتر از هدف مورد نظرش باشد رضایتبخش است یا کمتر از هدف مزبور باشد بهتر خواهد بود .بر مبنای تجزیه تحلیل فوق تصمیم گیری میتواند متغیرهای انحرافی را منسوب به محدودیتهای عادی و یا محدودیتهای هدف نماید اگر حصول بیشتر از هدف قابل قبول است انحراف مثبت از هدف را میتوان در تابع ابژکتیو حذف نمود ، از طرفی دیگر اگر حصول کمتر از هدف در مورد هدف معینی رضایتبخش است انحراف منفی نباید در تابع ابژکتیو وارد شود اگر حصول دقیق هدف مورد نظر باشد انحرافهای مثبت و منفی هر دو باید در تابع ابژکتیو معرفی شوند .

برای بدست آوردن حل اُردینال (ordinal) (بدین معنی که هدفها را بر طبق اهمیت آنها بدست آوریم) باید انحرافهای مثبت و یا منفی درباره آن هدف را بر طبق عوامل اولویت preemptive رتبه بندی کرد . در این روش هدفهای مراتب پائین تر پس از حصول هدفهای مراتب بالاتر ملاحظه خواهند شد . فرض میکنیم هدفهای ما در K مرتبه رتبه بندی شده اند . عامل اولویت preemptive یا P_j (k و ... و 1 = j) باید به متغیرهای انحرافی مثبت و یا منفی منسوب گردند . عوامل اولویت preemptive رابطه ذیل را دارا میباشند .

$$P_j >>> P_{j+1}$$

بدین معنی که اگر p_j را در n ضرب کنیم وهرچقدر هم n بزرگ باشد p_{j+1} بزرگتر از p_j نخواهد شد .

مسئله دیگری راکه در فرمول بندی مدل باید درنظر داشت وزن دادن به متغیرهای انحرافی در یک سطح اولویت می باشد . بطورمثال اگر هدف فروش شامل دو کالای متفاوت می باشد باید دو متغیرانحرافی با یک عامل اولویت درنظر گرفته شود . معیاری که باید در تعیین وزن متغیرهای انحرافی استفاده شود حداقل کردن هزینه فرصت (opportunity cost) از دست رفته می باشد : بدین معنی که ضرائب هزینه فرصت که همیشه مثبت هستند باید به متغیرانحرافی با عامل p_j واحد منسوب شود . ضرائب هزینه فرصت بسادگی بیانگر مقدارنسبی انحراف غیررضایتبخشی ازهدف می باشد . بنابراین متغیرهای انحرافی یک سطح اولویت باید نسبت به هم تناسبی نداشته باشند ، اگرچه احتیاجی نیست انحرافهای طوح مختلف هدف باهم تناسبی داشته باشند .

تابع ابژکتیو برنامه ریزی هدف شامل متغیرهای انحرافی با عوامل اولویت preemptive p_j برای رتبه بندی اردینال و ∂ ها برای رتبه بندی درسطح یک اولویت می باشد . بردار ردیفی $2m$ مولفه ای c را درنظرمی گیریم که عضوهایش حاصل ضرب p_j و ∂_i باشد :

$$(۱۵) \quad c = (\partial_1 p_{j1}, \partial_2 p_{j2}, \ldots, \partial_{2m} p_{j2m})$$

عوامل اولویت ($j = 1, 2, \ldots, K$, $i = 1, 2, \ldots, 2m$) p_{ji}

p_1 بزرگترین عامل preemptive هستند که preemptive و

∂_i ($i = 1, 2, \ldots, 2m$) اعداد حقیقی هستند . بردار-

ستونی $2m$ مؤلفه‌ای d را در نظر میگیریم که عضوهایش d^- و d^+ هستند

بطوریکه :

$$d = \left[d_1^-, d_2^-, \ldots, d_m^-, d_1^+, \ldots, d_m^+ \right]^{tr} \qquad (16)$$

حال مسئله برنامه ریزی هدف شامل هدفهای متناقض را میتوان بشکل زیر فرموله کرد :

$$\begin{aligned} (17) \qquad \min: \quad & cd \\ \text{S. To:} \quad & AX + Rd = b \\ & X, d \geq 0 \end{aligned}$$

که A و R بترتیب ماتریس های $m \times n$ و $m \times (2m)$ هستند

یا شکل گسترده مدل (۱۷) از قرار زیراست :

$$(18) \qquad \min: \quad \partial_1 P_{j1}, \partial_2 P_{j2}, \ldots, \partial_{2m} P_{j2m} \begin{bmatrix} d_1^- \\ d_2^- \\ \vdots \\ d_m^- \\ d_1^+ \\ \vdots \\ d_m^+ \end{bmatrix}$$

$$\text{S.To}: \quad \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1,2m} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & \dots & r_{m,2m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^- \\ \vdots \\ d_m^- \\ d_1^+ \\ \vdots \\ d_m^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} d_1^- \\ \vdots \\ d_m^- \\ d_1^+ \\ \vdots \\ d_m^+ \end{bmatrix} \geq 0$$

یا بصورت بازتـــــر :

(۱۹) min: $\quad {}_1 p_{j1}\, d_1^- + {}_2 p_{j2}\, d_2^- + \dots + P_{jm}\, d_m^-$

$$m+1\ p_{j,\ m+1}\ d_1^+ + (m+2) p_{j,(m+2)} d_2^+ + \dots + (2m) p_{j,2m}\ d_m^+$$

$$\text{S.To:} \quad \begin{aligned} & a_{11} x_1 + \dots a_{1n} x_n + r_{11} d_1^- + \dots r_{1m} d_m^- + r_{1,m+1} d_1^+ + \dots + r_{1,2m} d_m^+ = b_1 \\ & \vdots \\ & a_{m1} x_1 + \dots a_{mn} x_n + r_{m1} d_1^- + \dots + r_{mn} d_m^- + r_{m,m+1} d_1^+ + \dots r_{m,2m} d_m^+ = b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \dots x_n \geq 0$$

$$d_1^- \dots d_m^- \geq 0$$

$$d_i^+ \dots d_m^+ \geq 0$$

مثـــــــــال ٤ :

مثال قبلی را کمی تغییر میدهیم فرض می کنیم تولید هر میز تحریر یا میز معمولی احتیاج بـه یك واحد زمانی کار دارد ظرفیت کار نجار در هفته ۱۰ واحد زمان میباشد بعلت ظرفیت محدود فروش تعداد ماگزیمم میزهای تحریر و معمولـــی که در هفته میتواند بفروش رود بترتیب ۶ و ۸ عدد است . عایدی نهائی از فروش هـر میز تحریر ۸۰ واحد پولی و هر میز معمولی ٤٠ واحد پولی میباشـــد .

هدف نجار بدست آوردن موضوعات زیراست که به ترتیب درجه اهمیت آنهـــا مرتب شده اند :

اول : نجار مایل است که از بی استفاده ماندن ظرفیت تولیدی خود اجتناب نماید .

دوم : نجار میخواهد هر چه میتواند میز تحریر و معمولی بفروشـــد . ازآنجائیکه درآمد نهائی از فروش یك میز تحریر دوبرابر درآمد حاصل از فروش یك میـز معمولی میباشـــد تمایل وی در فروش میز تحریر دو برابر فروش میز معمولـــی است .

سوم : وی میخواهد نیازبه زمان کار اضافه را حداقل نماید .

در مثال بالا نجار میخواهد تا حداکثر ممکن به هدفهای خود برسد ازآنجائیکه عملکرد زمانی که در این مثال عنوان گردیده ، ممکن است تولید میز تحریرومعمولی بیش از ظرفیت ۱۰ واحد زمانی ، زمان ببرد پس میتوان آنرابدین صورت عنوان کـــرد :

$$X_1 + X_2 + d_1^- - d_1^+ = 10 \qquad (۲۰)$$

X_1 تعداد میزهای تحریر است که باید تولید شود .

X_2 " " معمولی " " "

d_1^+ زمان اضافی که تولید هرنوع از محصولات ظرفیت تولیدی را بکار میگیرد .

d_2^- زمان بیهوده که تولید هرنوع از محصولات ظرفیت تولیدی را بکار نمیگیرد .

محدودیتهای ظرفیت و فروش بشکل زیر می تواند عنوان شود :

$$X_1 + d_2^- = 6 \qquad (۲۱)$$

$$X_2 + d_3^- = 8$$

d_2^- حصول کمتر از هدف فروش میز تحریر .

d_3^- حصول کمتر از هدف فروش میز معمولی .

باید به یاد داشت که d_2^+ و d_3^+ در معادلات (۲۱) وارد نشده‌اند زیرا که هدفهای فروش ، حصول به مقدار ماکزیمم ممکن فروش عنوان شده‌اند .

بعلاوه متغیرها و محدودیتهای ارائه شده در بالا عوامل اولویت preemptive زیر نیز باید شناسائی شوند :

p_1 : بالاترین اولویت منصوب به بند اول اولویت های نجار (d_1^-)

p_2 : دومین اولویت منصوب به بند دوم اولویت های نجار (d_2^- , d_3^-)

p_3 : پائین ترین اولویت منصوب به بند سوم اولویتهای نجار (d_1^+)

حالا مدل را میتوانیم فرموله‌کنیم تابع ابژکتیو حداقل کردن انحراف از هدفها میباشد. متغیرانحرافی مرتبط باباالاترین اولویت preemptive باید تا حد ممکن حداقل گردد . وقتی که هیچ بهبودی در بالاترین هدف مطلوب و یاممکن نبود

سپس انحرافهای هدف بعدی از لحاظ اولویت باید حداقل شود والا آخره

شکل فرموله شده بشکل زیراست :

$$(۲۲) \quad \min : Z = p_1 d_1^- + 2p_2 d_2^- + p_2 d_3^- + p_3 d_1^+$$

$$\text{S.To} \quad X_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 10$$

$$x_1 + d_2^- = 6$$

$$x_2 + d_3^- = 8$$

$$x_1 , x_2 , d_1^- , d_2^- , d_3^- , d_1^+ \geqslant 0$$

جواب اپتیمال را بااستفاده از روش سیمپلکس برنامه ریزی هدف میتوان بدست آورد با یك بررسی ساده میتوانیم جواب اوپتیمال را بدست آوریم :

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 8$$

$$d_1^- = d_2^- = d_3^- = 0$$

$$d_1^+ = 4$$

دو هدف اول حصول خواهد شد اما هدف سوم کاملا" بدست نخواهد آمد .

(۳) فرموله کردن مدل برنامه ریزی هدف :

قبل از ارائه کردن روش حل مدلهای برنامه‌ریزی هدف بهتر است مسئله فرموله کردن مدلهای برنامه ریزی هدف را بررسی نمائیم . فرموله کردن مدل عبارت از فراگرد تبدیل تصمیمات دنیای واقعی به مدلهای کمی قابل محاسبه میباشد مشکل اصلی حل کردن مدل و پیدا کردن جوابهای اپتیمال نیست بلکه این قسمت خیلی ساده‌تر از مبحث فرموله کردن مدل میباشد .

(الف) تغییرات در شکل تابع هدف

مدل (۱۷) که در صفحات قبل ارائه شد مدل کلی برنامه ریزی هدف میباشد تابع ابژکتیو در مدل (۱۷) حداقل کردن متغیرهای انحراف باوزن ها و اولویتهای منصوب به آنها ارائه شده . حالا تغییراتی را که در شکل تابع ابژکتیو میتوان ارائه داد را بررسی مینمائیم .

حداقل کردن ($d^- + d^+$)

اگر محدودیت هدف متوسط $AX + d^- - d^+ = b$ بیان شده باشد حداقل کردن $d^- + d^+$ قدر مطلق $AX - b$ را حداقل خواهد کرد بعبارت دیگر حداقل کردن هردو انحرافهای مثبت و منفی دنبال یك X میگردد که دقیقاً هدف $AX = b$ حاصل شود همانطورکه در مباحث قبل گفته شد حداقل یکی از متغیرهای انحرافی باید صفر باشند . برای مثال اگر $AX > b$ باشد پس $d^- = 0$ میشود و $d^+ = Ax - b$ خواهد بود همینطور $Ax < b$ باشد پس

$d^+ = 0$ بوده و $d^- = b-AX$ است واضح است اگر $AX = b$. باشد (هدف دقیقاً حصول میشود) و $d^- = d^+=0$ است . بدون توجه به شرایط محدودیت هدف ، خداقل کردن $d^- + d^+$ در جستجوی مقادیر X هائی میباشد که d^- یا d^+ را که مقدارش بزرگتر از صفر است را حداقل نماید .

حداقل کردن d^-

اگر تابع ابژکتیو بر مبنای حداقل کردن انحراف منفی از هدف ساخته شده باشد مجموعه جواب شامل تمام X هائی خواهد بود که $AX \geqslant b$ توسط حداقل کردن d^- بسمت صفر بدست میایند عبارت فوق بشرطی است که چنین حلی در مدل امکان پذیر باشد ولی اگر حداقل کردن d^- به صفر ممکن نباشد مجموعه جواب شامل تمام X هائی خواهد بود که ($b - AX$) را تا حد ممکن حداقل می کند .

حداقل کردن d^+

اگر تابع ابژکتیو انحراف مثبت از هدف را حداقل میکند جواب X هائی را مشخص میکند که $AX \leqslant b$ برقرار باشد بشرطی که حصول آن ممکن باشد اگر مدل نتواند d^+ را به صفر حداقل کند ، جواب شامل همهٔ X هائی که ($AX - b$) را تا حد ممکن حداقل می کند خواهد بود .

حداقل کردن $(d^- - d^+)$

حداقل کردن ($d^- - d^+$) همان اثر ماکزیمم کردن AX را دارد . اگر

فرض کنیم ($d = (d^- - d^+)$ ، متغیر انحرافی d به علامت مثبت یا منفی محدود نشده است پس مدل برنامه ریزی هدف به شکل زیر در خواهد آمد :

(۲۳)

$$\begin{aligned} \min: \quad & d \\ S.to: \quad & AX + d = b \\ & X \text{ و } d \geqslant 0 \end{aligned}$$

از آنجائیکه $d = b - AX$ میباشد میتوانیم تابع ابژکتیو را حداقل کردن ($b - AX$) قرار دهیم . از آنجائیکه b ثابت است ، تابع ابژکتیو و معادل حداکثر کردن AX میباشد در عمل ، به هر حال ، حداکثر کردن AX نیز میتواند حاصل شود اگر مقادیر b را اعداد خیلی بزرگی در نظر بگیریم و d^- را حداقل کنیم بنا براین در اکثر حالات تابع "حداقل کردن ($d^- - d^+$)" بندرت استفاده میشود .

حداقل کردن ($d^+ - d^-$)

اثر حداقل کردن ($d^+ - d^-$) در تابع ابژکتیو معادل حداقل کردن AX میباشد دوباره اگر فرض کنیم $d = d^+ - d^-$ مدل برنامه ریزی هدف را میتوانیم به شکل زیر بنویسیم :

(۲٤)

$$\begin{aligned} \min: \quad & d \\ S.to: \quad & AX - d = b \\ & X \text{ , } d \geqslant 0 \end{aligned}$$

از آنجائیکه میدانیم $d = AX-b$ ، b ثابت است، تابع آبژکتیو مانند حداقل کردن Ax میباشد . در اکثر مسائل دنیای واقعی ما بندرت ($d^+ - d^-$) را حداقل میکنیم زیرا که همان جواب را میتوانیم با حداقل کردن d^+ بدست آوریم در صورتی که b را مقدار خیلی کوچکی قرار دهیم .

(ب) مثالهای فرمول بندی مدل

مثال ۵ - کارخانه‌ای ۲ نوع تلویزیون سیاه و سفید و رنگی تولید میکند. بر مبنای تجارب گذشته تولید هرکدام از تلویزیون های سیاه وسفید یا رنگی بطور متوسط یك ساعت کار کارخانه‌را به خود اختصاص میدهد . کارخانه دارای ظرفیت تولید زمانی ٤ ساعت در هفته میباشد . بعلت فرصتهای فروش محدود تعداد حداکثر تلویزیون سیاه وسفید و رنگی که در هفته میتواند به فروش برسد بترتیب برابر ٤٢ و ٣٠ میباشد . درآمدهائی حاصل از فروش یك دستگاه تلویزیون رنگی ٨٠ واحد پولی و برای یك دستگاه تلویزیون سیاه و سفید ، ٤٠ واحد پولی میباشد .

در این مثال اگر هدف رئیس کارخانه حداکثر کردن سود تحت شرایط متعارف تولید و بازار باشد مسئله تصمیم گیری را میتوان براحتی توسط برنامه ریزی خطی به شکل زیر ارائه داد :

(۲۵)

$$\max: \quad Z = 80x_1 + 40x_2$$

$$\text{S.To:} \quad X_1 + X_2 \leqslant 40$$

$$X_1 \leqslant 24$$

$$X_2 \leqslant 30$$

$$X_1 , X_2 \geqslant 0$$

X_1 تعداد تلویزیون رنگـــــــی

X_2 تعداد تلویزیون سیاه و سفید

در جواب اپتیمال $X_1 = 24$, $X_2 = 16$ و $Z = 2560$ خواهد شـــــد

اگر مسئله فوق را بامدل برنامه ریزی هدف بیان کنیم :

(۲۶)

$$\min: \quad Z = p_1 (d_1^+ + d_2^+ + d_3^+) + P_2 \, d_4^-$$

$$\text{S.To:} \quad X_1 + X_2 + d_1^- - d_2^+ = 40$$

$$X_1 + d_2^- - d_2^+ = 24$$

$$X_2 + d_3^- - d_3^+ = 30$$

$$80x_1 + 40x_2 + d_4^- - d_4^+ = 10,000$$

تابع ابژکتیو در مدل برنامه ریزی هدف فوق نشان میدهد که بالاترین الویت P_1 باید منصوب به حداقل کردن d_i^+ باشد . ازآنجائیکه در مدل برنامه ریزی خطی (۲۵) ســـــه محدودیت اول نامساوی‌های "کوچکتر از یامساوی با" هستند ، پس جواب باید درون حدودی باشد که بااین سه محدودیت سازگار است . بدین ترتیب در مدل برنامه ریزی هدف (۲۶) بزرگترین عامل اولویت preemptive را منصوب بـــــــه حداقل کردن انحرافهای مثبت (d_i^+) مینمائیم در سه محدودیت اول ایـــــن

موضوع بر قـــــرار است .

عامل دوم الویت مدل برنامه ریزی هدف منصوب به حداقل کردن d_4^- است بدیـــن معنی که حصول کمتر از هدف دلخواه سود بسیار زیاد را حداقل کند . عـــدد ۱۰،۰۰۰ بطور دلخواه انتخاب شده با فرض اینکه میدانیم هیچوقت چنین سودی حاصل نخواهد شد . حداقل کردن حصول کمتر از هدف سود مقادیر X_1, X_2 را بدست خواهد آورد که در منطقه قابل قبول خواهد بود و تا حد ممکن بـــــه ۱۰،۰۰۰ نزدیکتر است جواب مدل برنامه ریزی هدف همان جواب مدل برنامه ریزی خطی خواهد بـــود و X_1 = ۲٤ و X_2 = ۱٦ و Z = ۲٥٦۰ خواهند شـــــد .

حال فرض میکنیم مدیر کارخانه هدفهای زیر را بترتیب اهمیت مرتب نموده است

۱ــ بی استفاده ماندن ظرفیت تولیدی حداقل شود .

(no layoffs of production workers)

۲ــ فروش تلویزیونها حداکثر گردد . ازآنجائیکه درآمد نهائی حاصل از فـــروش تلویزیون رنگی دو برابر تلویزیون سیاه و سفید است ، تمایل وی در فـــروش تلویزیون رنگی دو برابر تلویزیون سفید وسیاه است .

۳ــ نیاز به زمان کار اضافه حداقل شود .

(minimization of overtime operation)

حالا محدودیت های مسئله را فرموله میکنیـــــم :

محدودیت اول : ظرفیت تولید

از آنجائیکه حداقل کردن نیاز به زمان کار اضافه پائین ترین اولویت است کاملا" ممکن است که تولید دستگاههای سیاه و سفید و رنگی بیش از زمان ٤٠ ساعت ظرفیت تولیدی بشود . این محدودیت به شکل زیر میتواند ارائه شود .

$$X_1 + X_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \qquad (۲۷)$$

X_1 و X_2 بترتیب مقدار تولید تلویزیونهای رنگی و سیاه وسفید هستند .

d_1^- کمتر بکارگیری (underutilization) زمان ظرفیت عملی کارخانه (٤٠ ساعت) است .

d_1^+ بیشتر بکارگیری (overutilization) زمان ظرفیت عملی کارخانه (٤٠ ساعت) است .

باید بخاطر داشت همانطور که گفته شد باید حداقل یکی از انحرافهای مثبت و یا منفی (d_1^+ و d_1^-) مساوی صفر باشند . فرض کنید که در جواب $X_1 + X_2 = 30$ خواهد شد پس استفاده کمتر از ظرفیت کارخانه (d_1^-) ده ساعت خواهد بود وزمان استفاده بیشتر برابر صفر خواهد شد ($d_1^- = 0$) بعبارت دیگر اگر $X_1 + X_2 = 50$ بشود زمان استفاده بیشتر از ظرفیت کارخانه (d_1^+) برابر با ١٠ ساعت خواهد بود و استفاده کمتر از ظرفیت کارخانه (d_1^-) برابر صفر میشود اگر کل تولید دقیقا" ظرفیت زمانی کارخانه را استفاده

کند $X_1 + X_2 = 40$ خواهد شد و d_1^+ و d_1^- برابر صفر میشوند یا بعبارت دیگر نه استفاده کمتر نه بیشتر از ظرفیت کارخانه وجود خواهد داشت .

محدودیت دوم : ظرفیت فروش

تعداد حداکثر دستگاههای رنگی و سیاه و سفید که میتواند بفروش برسد در هفته بترتیب برابر ۲۴ و ۳۰ خواهد بود کلمه حداکثر در اینجا بمعنی این است که تعداد فروش از اعداد بالا نمی تواند بیشتر باشد . در این حالت ما عملاً میتوانیم انحرافهای مثبت را از هدفها حذف کنیم (d^+) به هرحال اگرکسی بخواهد آنها را وارد مدل کند کاملاً مجاز است پس محدودیت فروش به شکل زیر خواهد شد :

$$X_1 + d_2^- - d_2^+ = 24$$
$$X_2 + d_3^- - d_3^+ = 30 \qquad (۲۸)$$

که d_2^- و d_3^- حصول کمتر از هدف فروش بترتیب برای تلویزیونهای رنگی و سیاه و سفید و d_2^+ و d_3^+ حصول بیشتر از هدف فروش برای تلویزیون های رنگی و سیاه و سفید میباشند .

بعلاوه محدودیتهای فوق ، عوامل اولویت preemPtive نیز باید تعریف شوند :

P_1 : بالاترین اولویت منصوب به حداقل کردن بی استفاده گی از ظرفیت تولید (d_1^-) .

p_2 : دومین اولویت منصوب به حداقل کردن کمتر از حصول هدف فروش (d_2^- و d_3^-)

وچون مدیر کارخانه میخواهد وزن های مختلفی نیز به حصول هدفهای فروش بر طبق نسبت درآمد های نهائی تلویزیونها بدهد وزنی را که به d_2^- میدهد دو برابر d_3^- خواهد بود .

p_3 : پائین ترین اولویت منصوب به حداقل کردن استفاده بیش از حد ظرفیت زمانی کارخانه (d_1^+).

بدین ترتیب میتوانیم تابع ابژکتیو را فرموله کنیم . تابع ابژکتیو انحرافهای از هدف را حداقل می کند . مقدار متغیر انحرافی مرتبط با بالاترین اولویت preemptive باید اول و تاحد ممکن حداقل گردد . زمانی که هیچ بهبود بیشتری در اولویت اول ممکن یا مطلوب نبود سپس باید کوشش کنیم که مقدار متغیرهای انحرافی مربوط به دومین اولویت حداقل گردد و الی آخر پس شکل کامل مدل به شکل زیر خواهد بود :

(۲۹)

$$\min: \quad Z = p_1 d_1^- + p_2(2d_2^- + d_3^-) + p_3 d_1^+$$

S. To:

$$X_1 + X_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$X_1 + d_2^- - d_2^+ = 24$$

$$X_2 + d_3^- - d_3^+ = 30$$

$$X_1 \text{ و } X_2 \text{ و } d_1^- \text{ و } d_2^- \text{ و } d_3^- \text{ و } d_1^+ \text{ و } d_2^+ \text{ و } d_3^+ \geq 0$$

در مدل (۲۹) تابع ابژکتیو Z را میتوان بعنوان کل قسمت های حاصل نشده از هدف مدیریت در رابطه با اولویت ها دانست .

مثـــــــــال ٦ :

در یك شهر دانشگاهی تنها یك مغازه فروش دفاتر هست این مغازه بـــا پنـــج نفر نماینده فروش تمام وقت و چهار نفر نیمه وقت کار می کند . ساعات کـــار نرمال برای نمایندگان تمام وقت و نیمه وقت بترتیب برابر ۱٦۰ و ۸۰ ساعت در مـــاه میباشد . متوسط فروش ٥ دفتر در ساعت برای نمایندگان تمام وقت و ۲ دفتر درساعت برای نمایندگان نیمه وقت محاسبه شده . بطور متوسط نرخ دستمزد ساعتـــــی ۳ و ۲ واحد پولی بترتیب به نمایندگان تمام وقت و نیمه وقت پرداخت میشود . متوسط سود از فروش هر دفتر ۱/٥ واحد پولی است .

بر مبنای تجارب گذشته و شرایط جدید دانشگاه شهر مدیر مغازه احساس می کند که هدف فروش برای ماه آینده باید حدود ٥۰۰ دفتر باشد . از آنجا ئیکه مغازه در شش روز از هفته باز است ،نسبت به قبل احتیاج به زمان کار بیشتـــر دارد. مدیر فروشگاه معتقد است که یك رابطه خوب بین کارگر و کارفرما عامل اساسی موفقیت در تجارت بوده ،بنابراین احساس مینماید که اشتغال دائمی بهتر از اشتغال غیر دائمی میباشـــد . بدین ترتیب از لحاظ دیگر وی معتقد است کـــه

تحمیل اضافه کار بیش از ۱۰۰ ساعت به فروشندگان تمام وقت باعث کاهش موء ثـــــر بودن آنها میگردد . به هر حال اهداف زیر را بترتیب اولویت در نظر میگیرد :

۱ــ فروش ۵،۵۰۰ دفتر در ماه آینده .

۲ــ محدود کردن اضافه کار به ۱۰۰ ساعت در مورد نمایندگان فروش تمام وقت .

۳ــ ایجاد امنیت شغلی برای نمایندگان فروش خود . بدین ترتیب وی دو برابر مایل است که از نمایندگان فروش تمام وقت استفاده کند تا نیمه وقت .

٤ــ حداقل کردن اضافه کار برای نمایندگان فروش تمام وقت و نیمه وقت .

برمبنای مسائل عنوان شده فوق محدودیت ها را فرموله میکنیم :

محدودیت اول : هدف فروش :

حصول هدف فروش ۵،۵۰۰ دفتر تابعی است از کل ساعات کار نمایندگان فروش تمام وقت و نیمه وقت و نرخ بازدهی آنها :

$$5x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 5,500 \qquad (۳۰)$$

که :

x_1 : کل ساعات کار نمایندگان فروش تمام وقت در ماه .

x_2 : کل ساعات کار نمایندگان فروش نیمه وقت در ماه .

d_1^- : کمتر از حصول هدف فروش

d_1^+ : بیشتر از حصول هدف فروش

5 : فروش در هر ساعت برای نمایندگان فروش تمام وقت .

2 : فروش در هر ساعت برای نمایندگان فروش نیمه وقت .

5،500 : هدف فروش برای ماه .

محدودیت دوم : ساعات کار عـــادی :

ساعات کار نمایندگان فروش را با ضرب مقدار کار هـر کدام از آنها در تعـداد نمایندگان مربوطه پیدا میکنیم :

کل ساعات کار عادی تمام وقت ها : ۸۰۰ = ۱۶ × ۵۰

کل ساعات کار عادی نیمه وقت ها : ۳۲۰ = ۸ × ۴۰

$$X_1 + d_2^- - d_2^+ = 800 \qquad (۳۱)$$

$$X_2 + d_3^- - d_3^+ = 320$$

d_2^- : کمتر استفاده کردن از کل ساعات کار نمایندگان نیمه وقت .

d_2^+ : ساعت اضافه کار داده شده به نمایندگان فروش تمام وقت .

d_3^- : کمتر استفاده کردن از کل ساعات کار نمایندگان نیمه وقت .

d_3^+ : ساعت اضافه کار داده شده به نمایندگان فروش نیمه وقت .

محدودیت سوم : اضافه کـــار

در حل برنامه ریزی هدف برای بدست آوردن هدف معینی باید یك متغیر انحرافی داشته باشیم که انرا حداقل کنیـــم . اگر متغیر انحرافی وجود نداشتـــه باشد باید با معرفی نمودن محدودیت جدیدی مدل را حل نمود در این مثال هدف دوم مدیر محدود کردن اضافه کار به ۱۰۰ ساعت برای فروشندگان تمام وقت میباشـــد

پس متغیر انحرافی نداریم که آنرا حداقل کنیم در این حالت این هدف معین باید شکافته شود . اگر توجه کنیم میبینیم که حداقل کردن اضافه کار برای فروشندگان تمام ـ وقت جزئی از هدف چهارم میباشد یا به عبارت دیگر وی دو هدف راجع به اضافه کار فروشندگان تمام وقت دارد برای اینکه اضافه کار فروشندگان تمام وقت به ۱۰۰ ساعت محدود شود باید محدودیت زیر را معرفی نمائیم :

$$d_2^+ + d_{21}^- - d_{21}^+ = 100 \quad . \qquad (۳۲)$$

d_2^+ : اضافه کار واقعی فروشندگان تمام وقت .

d_{21}^- : اختلاف بین اضافه کار واقعی و ۱۰۰ ساعت مطلوب برای فروشندگان تمام وقت .

d_{21}^+ : اضافه کار اضافه‌تر از ۱۰۰ ساعت

با محدودیت فوق ما دو انحراف مثبت و منفی از ۱۰۰ ساعت مجاز را معرفی کرده‌ایم زیرا اضافه کارواقعی میتواند بیشتریاکمتر از ۱۰۰ ساعت باشد . حال یك متغیر انحرافی داریم که آنرا حداقل کنیم تا به هدف دوم برسیم (d_{21}^+) باید خاطر نشان کرد که این کار را میتوانیم از راه دیگر انجام دهیم . بااضافه کردن ۱۰۰ به سمت راست محدودیت ساعات کار عادی برای نمایندگان تمام وقت نیز به همان‌نتیجه خواهیم رسید مانند زیر :

$$X_1 + d_4^- - d_4^+ = 900 \qquad (۳۳)$$

بدین ترتیب میتوان مدل برنامه ریزی هدف را برای این مثال به شکل زیر

ارائـــــــه داد :

$$\min: Z = p_1 d_1^- + p_2 d_{21}^+ + 2p_3 d_2^- + p_3 d_3^- + 3p_4 d_3^+ + p_4 d_2^+ \quad (۳۴)$$

$$S.To: 5x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 5500$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 800$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 320$$

$$d_{21}^- + d_2^+ - d_{21}^+ = 100$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_{21}^-, d_1^+, d_2^+, d_3^+, d_{21}^+ \geqslant 0$$

در مدل فوق وزن ۳ به d_3^+ در سطح p_4 برمبنای نرخ سود نهائی خالص در هر ساعت بین فروشندگان تمام وقت و نیمه وقت داده شده نرخ بازدهی (فروش در هر ساعت) بین فروشندگان تمام وقت و نیمه وقت ۵ و ۲ است درحالیکه نرخ دستمزد برای اضافه کار ۴/۵ و ۲ میباشد . سود نهائی هر ساعت کار اضافه برای فروشندگان تمام وقت ۳ واحد پولی و برای فروشندگان نیمه وقت یك واحد پولی میباشد . هزینه نسبی یك ساعت اضافه کار برای فروشندگان نیمه وقت سه برابر فروشندگان تمام وقت میباشد بنابراین $3P_4$ منصوب به d_3^+ شده و همینطور p_4 به d_2^+ منصوب گشته است .

مثـــــــال ۷ :

یك دستگاه دولتی دو دسته کالاهای مصرفی و سرمایه‌ای تولید مینماید . عوامل تولید که در امر تولید کالاهای فوق بکار میرود نیروی انسانی و مواد اولیه میباشد

فرض می کنیم که مواد اولیه در تولید هر دو دسته کالا استفاده می شوند ولی نیروی انسانی فقط در تولید کالاهای سرمایه‌ای بکار برده میشود . سایر فعالیتها نیز بخاطر مشکل نشدن مسئله نادیده فرض شده‌اند از جهتی دیگر فرض شده است که مصرف مواد اولیه به مقدار تولید دقیقاً متناسب است : بعبارت دیگر یك واحد مواد اولیه یك واحد کالای مصرفی یا سرمایه‌ای تولید می کند از طرف دیگر برای تولید یك واحد کالای سرمایه‌ای ۲ واحد نیروی انسانی لازم است . فرض دیگر این است که هر کدام از عوامل تولید یا ترکیب آنها یك واحد پولی هزینه برمیدارد .

مسئله رئیس این دستگاه دولتی اینست که به چه مقدار از عوامل تولید نیاز دارد تا به هدفهایش که در پائین به شکل ارُدینال مرتب شده است برسد .

۱ـ حداقل ۵۰ واحد کالای مصرفی تولید شود .

۲ـ دقیقاً ۹۰ واحد کالای سرمایه گذاری تولید شود .

۳ـ با استفاده حداقل ۸۰ واحد مواد اولیه و ۶۰ واحد نیروی انسانی کمك به اقتصاد محلی نماید .

۴ـ نیاز پولی برای عوامل تولید را به ۱۲۰ محدود سازد .

۵ـ نیاز به عوامل تولید را تا حد ممکن پائین آورد .

حال شروع میکنیم قدم به قدم مسئله را فرموله کنیم :

عوامل تولیـــــــــد :

هدفهای عوامل تولید برای مواد اولیه و نیروی انسانی بترتیب ۸۰ و ۶۰ واحـد میباشنـــد پس :

(۳۵)
$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_3 + d_2^- - d_2^+ = 60$$

x_1: تعداد واحد مواد اولیه لازم برای تولید کالای معدنی .

x_2: تعداد واحد مواد اولیه لازم برای تولید کالای سرمایه‌ای .

x_3: تعداد واحد نیروی انسانی لازم برای تولید کالای سرمایه‌ای .

d_1^-: کمتر استفاده کردن از مواد اولیه موجود .

d_1^+: بیشتر استفاده کردن از مواد اولیه .

d_2^-: کمتر استفـاده کردن از نیروی انسانی میســـوجود .

d_2^+: بیشتر استفاده کردن از نیروی انسانی .

نیازهای تولید :

نظر مدیر دستگاه دولتی بر این است که تولید لازم برای کالای مصرفی و سرمایه‌ای بـه ترتیب ۵۰ و ۹۰ باشد پس :

(۳۶)
$$x_1 + d_3^- - d_3^+ = 50$$

$$x_2 + 0.5x_3 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

محدودیت بودجـــــــه

مدیر دستگاه دولتی همچنین مایل ایت که نیازبودجه ای این برنامه محدود به ۱۲۰ واحد پولی برای عوامل تولید شود پس:

(۳۷)

$$x_1 + x_2 + x_3 + d_5^- - d_5^+ = 120$$

مدل کامل برنامه ریزی هدف بشکل زیر خواهد شـــد :

(۳۸)

$$\min: Z = p_1 d_3^- + p_2(d_4^- + d_4^+) + p_3(d_1^- + d_2^-) + p_4 d_5^+ + p_5(d_1^+ + d_2^+)$$

S.To:

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_3 + d_2^- - d_2^+ = 60$$

$$x_1 + d_3^- - d_3^+ = 50$$

$$x_2 + 0.5x_3 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + d_5^- - d_5^+ = 120$$

$$x_1 \dots x_3 , d_1^- \dots d_5^- , d_1^+ \dots d_5^+ \geqslant 0$$

مثـــــــال ۸ :

شرکتی ۳ نوع ماشین اداری تولید میکند A و B و C .تولید هرکدام ازاین ماشینها در یك خط تولید نوین و غامض انجام میگیرد تولید A و B و C بترتیـب

۵ و ۸ و ۱۲ ساعت در خط تولید وقت میبرند . زمان عملی عادی خط تولید ۱۷۰ ساعت در ماه میباشد . سود حاصل از فروش A و B و C بترتیب ۱۰۰،۰۰۰ ؛ ۱۴۴،۰۰۰ و ۲۵۲،۰۰۰ واحد پولی برآورد شده است . وضعیت بازاریابی طوری است که این بنگاه تولیدی هرچه تولید کننده میتواند در بازار بفروش برساند مدیر این شرکت هدفهای زیررا بر مبنای اهمیت آنها رتبه بندی کرده است :

۱ـ اجتناب کردن از استفاده کمتر از ظرفیت ساعات عادی خط تولید .

۲ـ تحویل ۵ و ۸ ماشین بترتیب از نوع A و B و C به نمایندگی خود در یکی از شهرها (وزن های متفاوت باید برطبق نسبتهای سود خالص سه نوع ماشین منظور گردند .)

۴ـ محدود ساختن اضافه کار زمانی خط تولید به ۲۰ ساعت .

۵ـ رسیدن به هدف فروش سه نوع ماشین ده دستگاه از نوع A ۱۲ دستگاه از نوع B و ۱۰ دستگاه از نوع C .

۶ـ حداقل کردن کل اضافه کار زمانی خط تولید .

ظرفیت عادی خط تولید

کل زمان لازم برای تولید ماشین ها تابعی است از نرخ تولید آنها (به ساعت) برای یك واحد از هر نوع ماشین :پس :

$$5x_1 + 8x_2 + 12x_3 + d_1^- - d_1^+ = 170 \qquad (۳۹)$$

X_1 : تعداد ماشین A

X_2 : تعداد ماشین B

X_3 : تعداد ماشین C

d_1^- : استفاده کمتر از ساعات کار عادی خط تولید .

d_1^+ : استفاده بیشتر از ساعات کار عادی خط تولید .

محدودیت فـــــروش :

شرکت اول باید نیازهای نمایندگی خود را برطرف نماید پس :

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 5 \qquad (40)$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 5$$

$$x_3 + d_4^- - d_4^+ = 8$$

شرکت همچنین هدف فروش ماهانه نیز دارد :

$$x_1 + d_5^- - d_5^+ = 10 \qquad (41)$$

$$x_2 + d_6^- - d_6^+ = 12$$

$$x_3 + d_7^- - d_7^+ = 10$$

زمان کار اضافـــه خط تولیـــــد :

یك هدف مدیر شرکت حداقل کردن زمان کار اضافه خط تولید میباشد از آنجا-ئیکه متغیر انحرافی برای حداقل کردن نداریم محدودیت زیر را معرفی میکنیم :

$$d_1^+ + d_{11}^- - d_{11}^+ = 20 \qquad (٤٢)$$

d_{11}^- : اختلاف بین زمان کار اضافه واقعی خط تولید و ۲۰ ساعت اضافه‌کار مجاز.

d_{11}^+ : اضافه کار فعلی خط تولید بیشتر از ساعت اضافه کار مجاز،

مدل کامل بشکل زیر میشود :

$$\text{min:} \quad Z = p_1 d_1^- + 20p_2 d_2^- + 18p_2 d_3^- + 21p_2 d_4^- + p_3 d_{11}^+ + 20p_4 d_5^- + 18 p_4 d_6^- + 21p_4 d_7^- + p_5 d_1^+ \qquad (٤٣)$$

$$\text{S.To:} \quad 5x_1 + 8x_2 + 12x_3 + d_1^- - d_1^+ = 170$$

$$x_1 + d_2^+ - d_2^+ = 5$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 5$$

$$x_3 + d_4^- - d_4^+ = 8$$

$$x_1 + d_5^- - d_5^+ = 10$$

$$x_2 + d_6^- - d_6^+ = 12$$

$$x_3 + d_7^- - d_7^+ = 10$$

$$d_{11}^- + d_1^+ - d_{11}^+ = 20$$

$\gg$ تمام متغیرها ≥ 0

مثـــــــال ۹

تاجری به کار خرید و فروش زخود مشغول است فروش ثخود محدود به گنجایش انبار وی دارد ، ظرفیت عادی انبار ۳۰۰۰ بشکه میباشد (ودر مواقع اضطراری ۲۰۰۰ بشکه نیز میتواند در خود جای دهد) .هزینه (C_t)قیمت (P_t)

برآورده شده برای چهارماه آینده به قرار زیر است :

ماه	۱	۲	۳	٤
هزینه (C_t)	٤	٤	٤	۷
قیمت (P_t)	٦	۷	٥	٦

فرض شده است مقدار خرید کاملا" بر مبنای درآمد حاصل از فروش میباشد . و همچنین فرض شده که فروش در اول هر ماه میباشد و در ابتدای اولین ماه ۲۰۰۰ بشکه ذخود در انبار موجود است :

هدفهای تاجر بترتیب اهمیت در زیرآورده شده است :

۱ـ در ماه اول فقط ظرفیت عادی انبار مورد استفاده واقع شود .

۲ـ تاجر باید حداقل ۲۰۰۰ واحد پولی در ابتدای چهار ماه برای خرید داشته باشد .

۳ـ تاجر باید حداقل ۲۰۰۰ واحد پولی برای مقاصد اضطراری در هرماه ذخیره داشته باشد .

٤ـ سود تاجر در این دوره چهارماهه حداکثر گردد .

٥ـ x_t را خرید در ماه t و y_t را فروش در ماه t درنظر میگیریم محدودیتها بشکل زیر خواهند بود :

فروش

مقدار فروش در ماه اول بر مبنای ذخود موجود میباشد . فروش در ماههای بعدی بر مبنای خرید در ماههای قبل و مانده اعتبار از ماههای قبل میباشد

پس داریـــــم :

$$
\begin{aligned}
(٤٤) \quad & y_1 + d_1^- - d_1^+ = 2\,000 \\
& y_1 + y_2 - x_1 + d_2^- - d_2^+ = 2\,000 \\
& y_1 + y_2 + y_3 - x_1 - x_2 + d_3^- - d_3^+ = 2\,000 \\
& y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - x_1 - x_2 - x_3 + d_4^- - d_4^+ = 2\,000
\end{aligned}
$$

در محدودیتهای فوق محدودیت فروش در ماه اول براحتی قابل درك است و برای ماههای بعدی بدین شکل عمل شده : مقدار فروش در ابتدای ماه دوم تابعـــــی خواهد بود از مانده انبار در آخر ماه اول که برابر خواهد بود با مجموع خرید در ماه اول و چیزی که از اصل ۲,۰۰۰ بشکه بعد از فروش ماه اول باقی مانده است بـــه عبارت دیگر $y_2 \leqslant (2\,000 - y_1) + x_1$ با جابجا کردن عبارت فوق میتوان آنرا بشکل $y_1 + y_2 - x_1 \leqslant 2\,000$ نوشت اگر متغیرهای انحرافی را هـــم وارد کنید بشکل (٤٤) در خواهد آمد برای سایر ماههانیز همینطور عمل شـــده.

خریـــــــــــــــد :

مقدار خرید بستگی به فضای انبار و موجود بودن پول نقدی باشد . در ابتدای ماه اول فرض شده است که پول نقد موجود نیست بنابراین فروش در ماه اول تنها منبع برای خرید خواهد بود از طرفی احتیاج به ذخیره ۲,۰۰۰ واحد پولـــی برای پایان ماه داریم بقیه ذخیره پولی بعداً معرفی خواهد شد . فضای انبـــار موجود برای خرید در ماه اول فضای اصلی ۱۰۰۰ بشکه بعلاوه فضای ایجـــــــاد

شده در ماه اول خواهد بود بدین ترتیب میتوانیم بنویسیم $x_1 \leqslant 1000 + y_1$ از طرفی مقدار خرید بر مبنای درآمد حاصل از فروش قرار دارد پس محدودیتهای خرید را بشکل زیر مینویسیم :

$$
\begin{aligned}
&-y_1 + x_1 + d_5^- - d_5^+ = 1\,000 \\
&-y_1 - y_2 + x_1 + x_2 + d_6^- - d_6^+ = 3000 \\
&-y_1 - y_2 - y_3 + x_1 + x_2 + x_3 + d_7^- - d_7^+ = 3\,000 \\
&-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + d_8^- - d_8^+ = 3\,000
\end{aligned}
\qquad (45)
$$

$$
\begin{aligned}
&-6y_1 + 4x_1 + d_9^- - d_9^+ = 0 \\
&-6y_1 - 7y_2 + 4x_1 + 4x_2 + d_{10}^- - d_{10}^+ = 0 \\
&-6y_1 - 7y_2 - 5y_3 + 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + d_{11}^- - d_{11}^+ = 0 \\
&-6y_1 - 7y_2 - 5y_3 - 6y_4 + 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + d_{12}^- - d_{12}^+ = 0
\end{aligned}
$$

ذخیره نقدی ۲۰۰۰ در پایان هرماه

فرض شده است که ذخیره نقدی از ابتدای ماه اول صفر میباشد پس منبع پول نقد اختلاف بین فروش و خرید میشود :

$$
\begin{aligned}
&6y_1 - 4x_1 + d_{13}^- - d_{13}^+ = 2\,000 \\
&6y_1 + 7y_2 - 4x_1 - 4x_2 + d_{14}^- - d_{14}^+ = 2\,000 \\
&6y_1 + 7y_2 + 5y_3 - 4x_1 - 4x_2 - 4x_3 + d_{15}^- - d_{15}^+ = 2\,000 \\
&6y_1 + 7y_2 + 5y_3 - 6y_4 - 4x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 7x_4 + d_{16}^- - d_{16}^+ = 2\,000
\end{aligned}
\qquad (46)
$$

سود ۲۰,۰۰۰ واحد پولی در ابتدای چهار ماه

کل سود در ابتدای چهار ماه تابعی است از مجموع فروش در چهار ماه و خرید در سه ماه اول :

$$6y_1+ 7y_2+ 5y_3+ 6y_4 -4x_1 -4x_2 -4x_3+ d_{17}^- - d_{17}^+ = 20\ 000 \quad (٤٧)$$

حداکثر کردن سود برای تمام چهارماه :

آخرین معادله (٤٥) بیانگر کل سود برای تمام چهارماه میباشد برای حداکثر کردن سود میتوانیم مقدار عددی خیلی بزرگی را مانند ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی به سمت راست معادله منسوب کنیم با حداقل کردن این هدف سود (d_{17}^-) سود حداکثر خواهد شد .

$$6y_1+7y_2+5y_3+6y_4-4x_1-4x_2-4x_3-7x_4+ d_{18}^- - d_{18}^+ = 100{,}000 \quad (٤٨)$$

باید یادآور شد که روش دیگری که میتوانیم اتخاذ کنیم این است که در معادله زیر را حداقل کنیم :

$$d_{17}^+ + d_{19}^- - d_{19}^+ = 98\ 000 \quad (٤٩)$$

شکل کامل مدل از قرار زیر خواهد بود :

(٥٠)

$$\min: Z= p_1\left(\sum_{i=1}^{12} d_i^+\right) + p_2\, d_5^+ + p_3 d_{17}^- + p_4\left(\sum_{i=13}^{16} d_i^-\right) + p_5\, d_{18}^-$$

$$S.To : y_1 + d_1^- - d_1^+ = 2\ 000$$

$$y_1 + y_2 - x_1 + d_2^- - d_2^+ = 2\,000$$

$$y_1 + y_2 + y_3 - x_1 - x_2 + d_3^- - d_3^+ = 2\,000$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - x_1 - x_2 - x_3 + d_4^- - d_4^+ = 2\,000$$

$$- y_1 + x_1 + d_5^- - d_5^+ = 1\,000$$

$$- y_1 - y_2 + x_1 + x_2 + d_6^- - d_6^+ = 3\,000$$

$$- y_1 - y_2 - y_3 + x_1 + x_2 + x_3 + d_7^- - d_7^+ = 3\,000$$

$$- y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + d_8^- - d_8^+ = 3\,000$$

$$- 6y_1 + 4x_1 + d_9^- - d_9^+ = 0$$

$$-6y_1 - 7y_2 + 4x_1 + 4x_2 + d_{10}^- - d_{10}^+ = 0$$

$$-6y_1 - 7y_2 - 5y_3 + 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + d_{11}^- - d_{11}^+ = 0$$

$$-6y_1 - 7y_2 - 5y_3 - 6y_4 + 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 + d_{12}^- - d_{12}^+ = 0$$

$$6y_1 - 4x_1 + d_{13}^- - d_{13}^+ = 2\,000$$

$$6y_1 + 7y_2 - 4x_1 - 4x_2 + d_{14}^- - d_{14}^+ = 2\,000$$

$$6y_1 + 7y_2 + 5y_3 - 4x_1 - 4x_2 - 4x_3 + d_{15}^- - d_{15}^+ = 2\,000$$

$$6y_1 + 7y_2 + 5y_3 + 6y_4 - 4x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 7x_4 + d_{16}^- - d_{16}^+ = 2\,000$$

$$6y_1 + 7y_2 + 5y_3 + 6y_4 - 4x_1 - 4x_2 - 4x_3 + d_{17}^- - d_{17}^+ = 2\,000$$

$$6y_1 + 7y_2 + 5y_3 + 6y_4 - 4x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 7x_4 + d_{18}^- - d_{18}^+ = 100\,000$$

در تابع ابژکتیو مدل فوق بالاترین الویتها به متغیره‌ای انحرافی منصوب شده‌اند که بیانگر واقعیات هستند برای مثال حداقل کردن d_1^+ تا d_4^+ بسادگی نشاندهنده اینست که فروش نمیتواند بیش از چیزی باشد که در دست تاجر وجود دارد . حداقل کردن d_6^+ تا d_8^+ تضمین مینماید که خریدها باید محدود به ظرفیت انبار تاجر باشد .

مثال ۱۰

یك فروشگاه که شعبه‌ای از یك فروشگاه بزرگتر میباشد فروشنده لباسهای مردانه میباشد در حال حاضر فروشگاه بایك مدیر تمام وقت که حقوق ماهانه دریافت میکند و هشت فروشنده نیمه وقت که از قرار ساعتی ۱/۴۰ واحد پولی کار میکند .. درمیان فروشندگان چهارنفر مجرب و باقی تازه کار هستند .

هر ماه فروشگاه یك سهمیه فروش دریافت میکند . مدیر فروشگاه آنرا به سهمیه خودش و سهمیه فروشندگان نیمه وقت خود تقسیم میکند برای ماه بعدی فروشگاه ۲۵/۰۰۰ واحد پولی سهمیه دریافت میدارد . مدیر فروشگاه ۱۲۰۰۰ واحد آنرا به خود و ۱۲۰۰۰ واحد آنرا به فروشندگان نیمه وقت اختصاص داده است بااستفاده از تجارب گذشته فروش مدیر در هرساعت به ارزش ۵۴/۴۰ واحد پولی از لباسها میباشد این رقم برای چهار فروشنده مجرب فروشگاه بطور متوسط ۳۲/۲۵ و برای فروشندگان تازه کار ۲۶/۲۵ واحد پولی میباشد .

کار عادی مدیر درماه ۱۸۸ ساعت و برای فروشندگان نیمه وقت ۵۰ ساعت میباشد . تشخیص مدیر فروشگاه این است که به هر حال وی باید اضافه کارکند تابتواند سهمیه ماهانه را بفروش برساند وی مایل است که ساعات کار خود را به ۴۴ ساعت محدود

سازد . بنابراین فروشندگان نیمه وقت ساعات کافی برای فروش سهمیه های خود و بدست آوردن پول پیدا خواهند کرد .

بعنوان تشویقی برای مدیر و سایر فروشندگان ، فروشگاه اصلی به آنها پیشنهاد دادن بن و حق کمیسیون کرده است . مدیر ۳ درصد بن در قبال فروش بیش از سهمیه فروشگاه دریافت خواهد کرد .

هدف مدیر بدست آوردن متوسط ۵۰ واحد پولی در هر ماه از بابت بنها میباشد . فروشندگان نیمه وقت ۵ درصد حق کمیسیون بروی تمام فروشی که بیشتر از سهمیه خود میکنند دریافت خواهند کرد مدیر فروشگاه احساس میکند که اگر فروشندگان نیمه وقت کمی کوشش کنند هر نفر میتواند حدود ۱۰ واحد پولی بعنوان کمیسیون در ماه دریافت کند .

اهداف وی بترتیب اهمیت بقرار زیر است :

۱- فروشگاه باید سهمیه لباس خود به ارزش ۲۵۰۰۰ واحد پولی را درماه آینده بفروش برساند .

۲- مدیر فروشگاه مایل است که ساعات اضافه کار خود را به ٤٤ ساعت محدود سازد .

۳- مدیر فروشگاه مایل است لباس سهمیه خود به ارزش ۱۳۰۰۰ واحد پولی را درماه آینده بفروش برساند .

٤- فروشندگان نیمه وقت باید سهمیه لباس خود به ارزش ۱۲/۰۰۰ واحد پولی را درماه آینده بفروش برسانند .

۵- مدیر فروشگاه میخواهد که فروشندگان نیمه وقت حداقل ٤۰۰ ساعت در ماه کار کنند .

۶- مدیر مایل است ۵۰ واحد پولی بن دریافت کند . همچنین وی مایل است که فروشندگان نیمه وقت هرکدام حق کمیسیون ۱۰ واحد پولی را درماه دریافت کنند .

۷- اگر ممکن باشد همچنین مدیر فروشگاه مایل است که بیش از ۱۸۸ ساعت کار نکند .

۸- وی میخواهد که کل ساعت اضافه کار فروشندگان نیمه وقت حداقل شود .

سهمیه های فروش :

بفروش رساندن سهمیه ۲۵/۰۰۰ واحد پولی برای فروشگاه تابعی است از متوسط فروش در هر ساعت مدیر و فروشندگان نیمه وقت و مقدار ساعتی که آنها درماه کار میکنند .

$$54.50\,x_1 + 32.25\,x_2 + 26.25\,x_3 + d_1^- - d_1^+ = 25\,000 \qquad (51)$$

x_1 : تعداد ساعات کار مدیر .

x_2 : " " " فروشندگان نیمه وقت مجرب .

x_3 : " " " " " تازه کار .

d_1^- : حصول کمتر از هدف سهمیه فروش فروشگاه .

d_1^+ : حصول بیشتر از هدف سهمیه فروش فروشگاه .

فروش سهمیه مدیر فروشگاه را میتوانیم به شکل زیر بنویسیم :

$$54.50\,x_1 + d_2^- - d_2^+ = 13\,000 \qquad (52)$$

فروش سهمیه فروشندگان نیمه وقت :

$$32.25\,x_2 + 26.25x_3 + d_3^- - d_3^+ = 12\,000 \qquad (٥٣)$$

ساعات کار عـــــــادی :

ساعات کار برای مدیر فروشندگان نیمه وقت بر مبنای تعداد ساعات کار در ماه میباشـــــد .

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 188 \qquad (٥٤)$$

$$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 200$$

$$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 200$$

اضافـــــه کار مدیـــــر :

مدیر مایل است اضافه کار خود را به ٤٤ ساعت در ماه محدود سازد .

$$d_4^+ + d_{41}^- - d_{41}^+ = 44 \qquad (٥٥)$$

بن ها وحق کمیسیون :

مدیر فروشگاه میخواهد حداقل ٥٠ واحد پولی بن در ماه آینده بدست آورد همچنین مایل است هر کدام از فروشندگان ١٠ واحد پولی در ماه کمیسیون دریافت کنند .

$$0.03\left[(54.50x_1 + 32.25x_2 + 26.25x_3) - 25000\right] + d_7^- - d_7^+ = 50 \qquad (٥٦)$$

$$0.05\left[(32.25\,x_2 + 26.25\,x_3) - 12\,000\right] + d_8^- - d_8^+ = 80$$

شکـــل کامل مدل به شکل زیر خواهد بود .

(۵۷) $\min: Z = p_1 d_1^- + p_2 d_2^- + p_3 d_{41}^+ + p_4 d_3^- + 13p_5 d_5^- + 10p_5 d_6^-$

$+ p_6 (d_7^- + d_8^-) + p_7 d_4^+ + 10p_8 d_5^+ + 13p_8 d_6^+$

S.To : $54.50 x_1 + 32.25 x_2 + 26.25 x_3 + d_1^- - d_1^+ = 25\,000$

$54.50 x_1 + d_2^- - d_2^+ = 13\,000$

$32.25 x_2 + 26.25 x_3 + d_3^- - d_3^+ = 12\,000$

$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 188$

$x_2 + d_5^- - d_5^+ = 200$

$x_3 + d_6^- - d_6^+ = 200$

$d_4^+ + d_{41}^- - d_{41}^+ = 44$

$1.635 x_1 + 0.9675 x_2 + 0.7875 x_4 + d_7^- - d_7^+ = 800$

$1.6125 x_2 + 1.3125 x_3 + d_8^+ - d_8^+ = 680$

در تابع ابژکتیو مدل فوق وزنهای متفاوت را به هدفهای پنجم و ششم منصوب میکنیم نرخ فروش ساعتی بین فروشندگان مجرب و تازه کار ۱۳و۱۰ میباشد بنابراین این نسبتها به متغیرهای انحرافی به کمتر استفاده کردن از ساعات کار عادی منصوب شده‌اند در هدف هشتم وزنها برعکس منصوب شده‌اند به حداقل کردن ساعات کار اضافه ، بدین علت که هزینه نسبی یک ساعت کار اضافه بین دو گروه فروشنده نیمه‌وقت

۱۰ و ۱۳ میشـــــــود .

(ج) مراحل فرموله کردن مدل برنامه ریزی هدف

بطور خلاصه مراحل زیر برای فرموله کردن مدلهای برنامه ریزی هدف بایـــد برداشته شـــــــــود :

۱ــ فرموله کردن محدودیتها

۲ــ تعریف کردن متغیرها و اعداد ثابت

۳ــ توسعه دادن تابع ابژکتیو
- تعیین الویتها
- دادن وزنهـــا

(٤) روش حل گرافیگ مدل برنامه ریزی هدف :

روش حل گرافیگ برای مدلهائی بکار برده میشود که دارای بیش از دو متغیر انتخاب نباشند ولی برای درك روش حل مدلهای برنامه ریزی هدف مثال خوبی است.

باید به خاطر داشت که بر خلاف روشهای حل مدلهای برنامه ریزی خطی مدل برنامه ریزی هدف به دنبال حداکثر یا حداقل کردن یك ابژکتیو نیست بلکه اهداف متعددی را داراست که بترتیب اولویت و اهمیت آنها باید تاجای ممکن اُپتیم گردد .

مدل برنامه ریزی هدف همیشه حداقل کننده است انحرافها از هدف با بالاترین اولویت باید در درجهٔ اول تا حد ممکن حداقل گردند و همینطور اهداف دیگر به ترتیب درجه اهمیت آنها . حال برای واضح شدن روش حل گرافیگ مثالهائی را بررسی مینمائیم.

مثال ۱۱ :

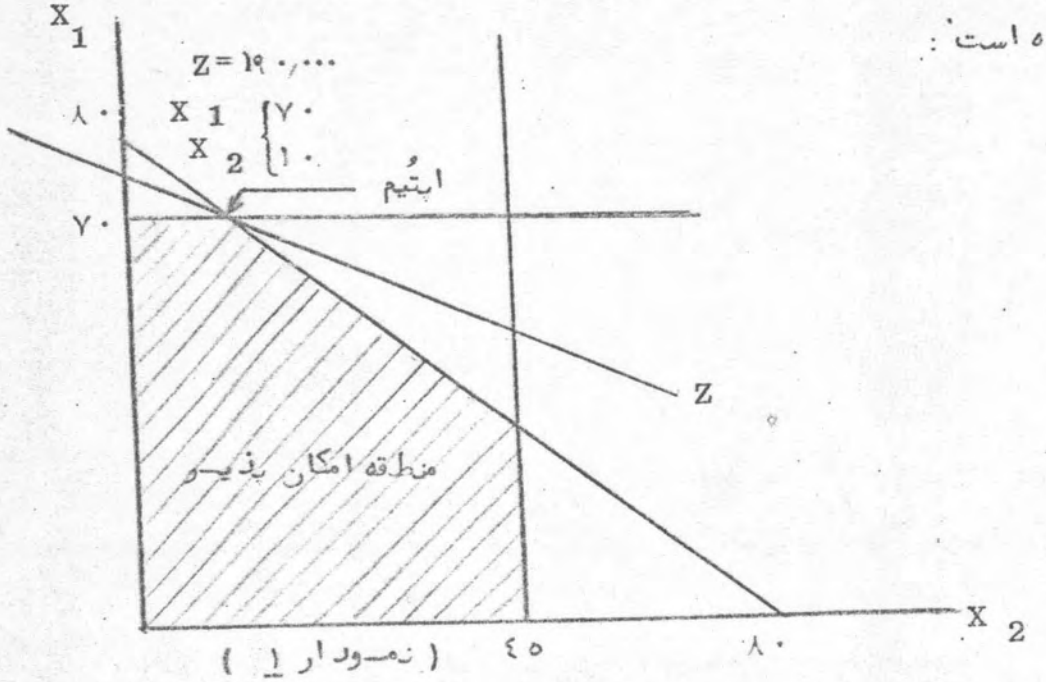
یك کارخانه نساجی دو نوع پارچه تولید میکند . یك نوع روکش مبل محکم و دیگری پارچه پیراهنی عادی . پارچه روکشی بر مبنای سفارش مستقیم کارخانه‌های مبل سازی تولید میشود . متوسط نرخ تولید برای هر نوع پارچه ۱,۰۰۰ متر در ساعت است . اگر کارخانه با دو شیفت کار کند ۸۰ ساعت در هفته کار عملی دارد . حداکثر مقدار فروش در هفته آینده ۷۰,۰۰۰ متر روکش مبل و ۴۵,۰۰۰ متر پارچه پیراهنی برآورد شده است . سود تقریبی یك متر روکش مبل ۲/۵۰ واحد پولی و یك متر پارچه پیراهنی ۱/۵۰ واحد پولی میباشد .

اگر مدیر کارخانه تنها یك هدف حداکثر کردن سود داشته باشد مدل برنامه ریزی خطی را میتوان بشکل زیر برای آن بکار برد .

(۵۸)
$$\max: Z = 2500x_1 + 1500x_2$$

$$\text{S.to: } x_1 + x_2 \leq 80$$
$$x_1 \leq 70$$
$$x_2 \leq 45$$
$$x_1 , x_2 \geq 0$$

X_1 و X_2 زمان لازم برای تولید ۱۰۰۰ متر پارچه بترتیب از نوع روکش مبل و بیرآهنی میباشند . حل گرافیگ مدل فوق در نمودار یك نشان داده شده است :



(نمودار ۱)

حالا فرض میکنیم که مدیر کارخانه اهداف دیگری دارد که بترتیب اولویت در زیر آورده شده اند :

۱ــ اجتناب از کمتر استــفاده کردن ظرفیت تولیدی .

۲ــ محدود کردن اضافه کار کارخانه به ۱۰ ساعت .

۳ــ حصول هدف فروش ۷۰,۰۰۰ متر روکش مبل و ۴۵,۰۰۰ متر پارچه پیرآهنی .

۴ــ حداقل کردن ساعات اضافه کار کارخانه تا حد ممکن .

چون تعداد هدف ها بیش از یکی است دیگر نمیتوانیم مدل برنامه ریزی خطی را بکار ببریم و مدل برنامه ریزی هدف را استفاده میکنیم.

ظرفیت تولـــــــید :

چون ظرفیت تولیدی محدود به ۸۰ ساعت است و اضافه کار کارخانه محدود به اندازه معینی است پس :

$$x_1 + x_2 \lesseqgtr 80 \qquad (۵۹)$$

با معرفی متغیرهای انحرافی :

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80 \qquad (۶۰)$$

x_1: تعداد ساعات لازم برای تولید روکش مبل .

x_2: تعداد ساعات لازم برای تولید پارچه پیرآهن .

d_1^-: کمتر استفاده کردن از ظرفیت ۸۰ ساعت کارخانه .

d_1^+: بیشتر استفاده کردن از ظرفیت ۸۰ ساعت کارخانه .

محدودیت فـــــــــروش:

در این حالت حداکثر فروش روکش مبل و پارچه پیرآهنی بترتیب ۷۰,۰۰۰ و

۴۵,۰۰۰ متر معین شده‌اند . بنابراین فرض شده است که حصول بیشتر از هدف فروش بالاتر از مقادیر فوق امکان پذیر نیست (اگر X_1 و X_2 را به هزار مقرفی کنیم) پس :

$$x_1 \leqslant 70 \qquad (۶۱)$$

$$x_2 \leqslant 45$$

باوارد کردن متغیرهای انحرافی :

$$x_1 + d_2^- = 70 \qquad (۶۲)$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

d_2^- : حصول کمتر از هدف فروش پارچه روکشی مبل .

d_3^- : حصول کمتر از هدف فروش پارچه پیراهنـــی .

محدودیت کار اضافـــــــــه :

کار اضافه باید محدود به ۱۰ ساعت یا کمتر بشود . پس احتیاج به متغیر انحرافی داریم که کار پیش از ۱۰ ساعت اضافه کار را حداقل نماید پس :

$$d_1^+ \geqslant 10 \qquad (۶۲)$$

یا :

$$d_1^+ + d_{12}^- - d_{12}^+ = 10 \qquad (۶۳)$$

d_{12}^- : انحراف منفی از اضافه کار ۱۰ ساعت .

d_{12}^+ : کار اضافه بیش تر از ۱۰ ساعت .

همانطور که قبلاً گفته شد (۶۳) را میتوانیم بشکل زیر نیز ارائه دهیم :

$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 80 + 10 \quad (٦٤)$$

از آنجائیکه سود هر متر پارچه روکش مبل ۲/۵۰ واحد پولی و پارچه پیراهنی ۱/۵۰ میباشد بنابراین در سطح هدف سوم (p_3) وزنهای متفاوتی را باید به‌تابع ابژکتیو بدهیم پس شکل کامل مدل برنامه ریزی هدف از قرار زیر خواهد بود :

$$\min : Z = p_1 d_1^- + p_2 d_4^+ + 5p_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + p_4 d_1^+ \quad (٦٥)$$

$$\text{S.To} : x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 70$$

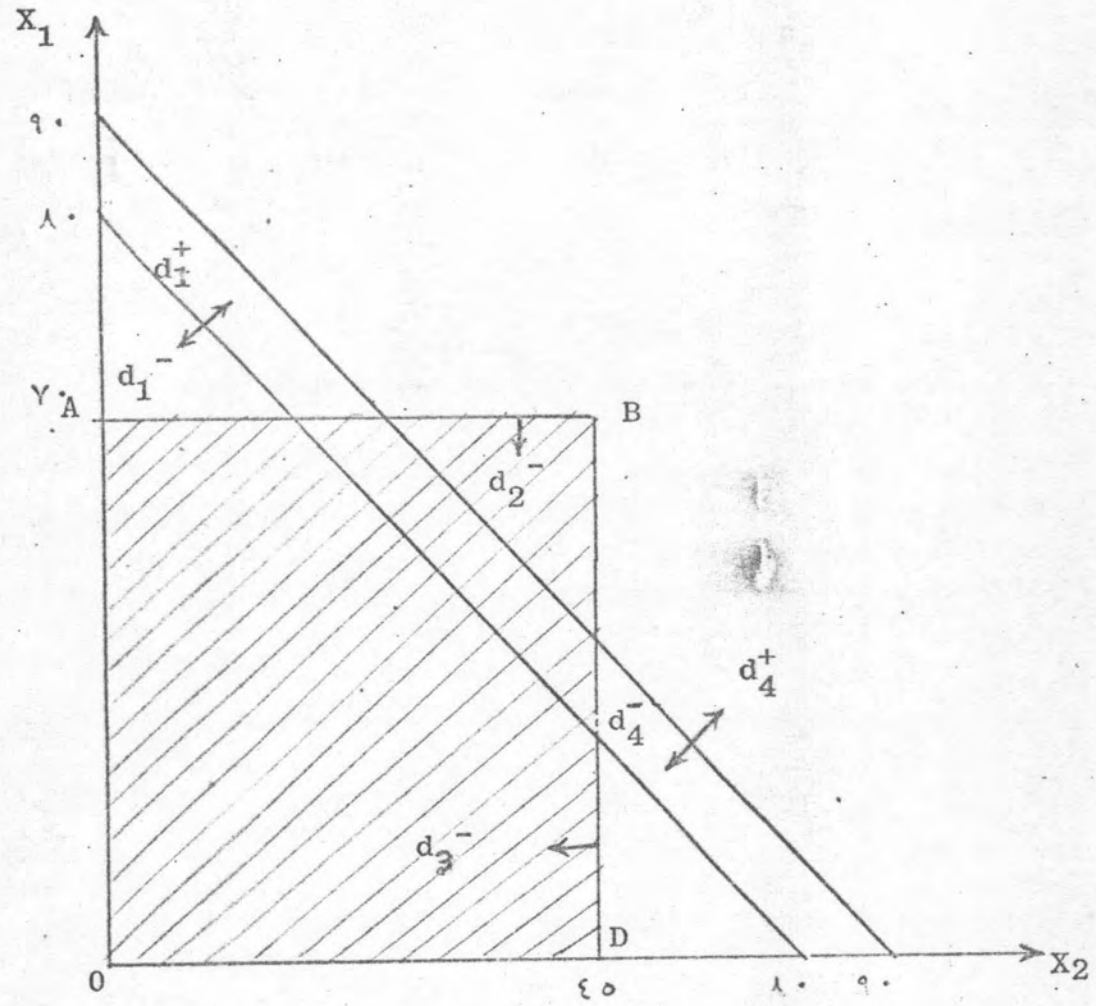
$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

$$x_1 , x_2 + d_1^- , \ldots , d_4^- , d_1^+ , d_4^+ \geqslant 0$$

حل گرافیکی مدل :

برای حل گرافیک مدل برنامه ریزی هدف اول باید محدودیت ها را روی گراف رسم نمود مانند نمودار ۲ . از آنجائیکه ظرفیت تولید میتواند کمتر یا بیشتر از و یا مساوی با ۸۰ ساعت باشد دو طرف خط راست این محدودیت منطقه امکان پذیر آن میباشد (همانطور که جهت پیکانها نشان میدهند) حال اگر هدف مدیر منطقه محدودیتهای فروش را در نظر بگیرد منطقه امکان پذیر ABDO خواهد بود .



(نمـــــودار ۲)

اگر (٦٣) را بعنوان محدودیت اضافه کار استفاده کنیم برای اینکه محدودیتی برای گراف مشخص کنیم باید محدودیت ظرفیت تولید را تغییر دهیم با استفاده از محدودیت کار اضافه میتوان نوشت :

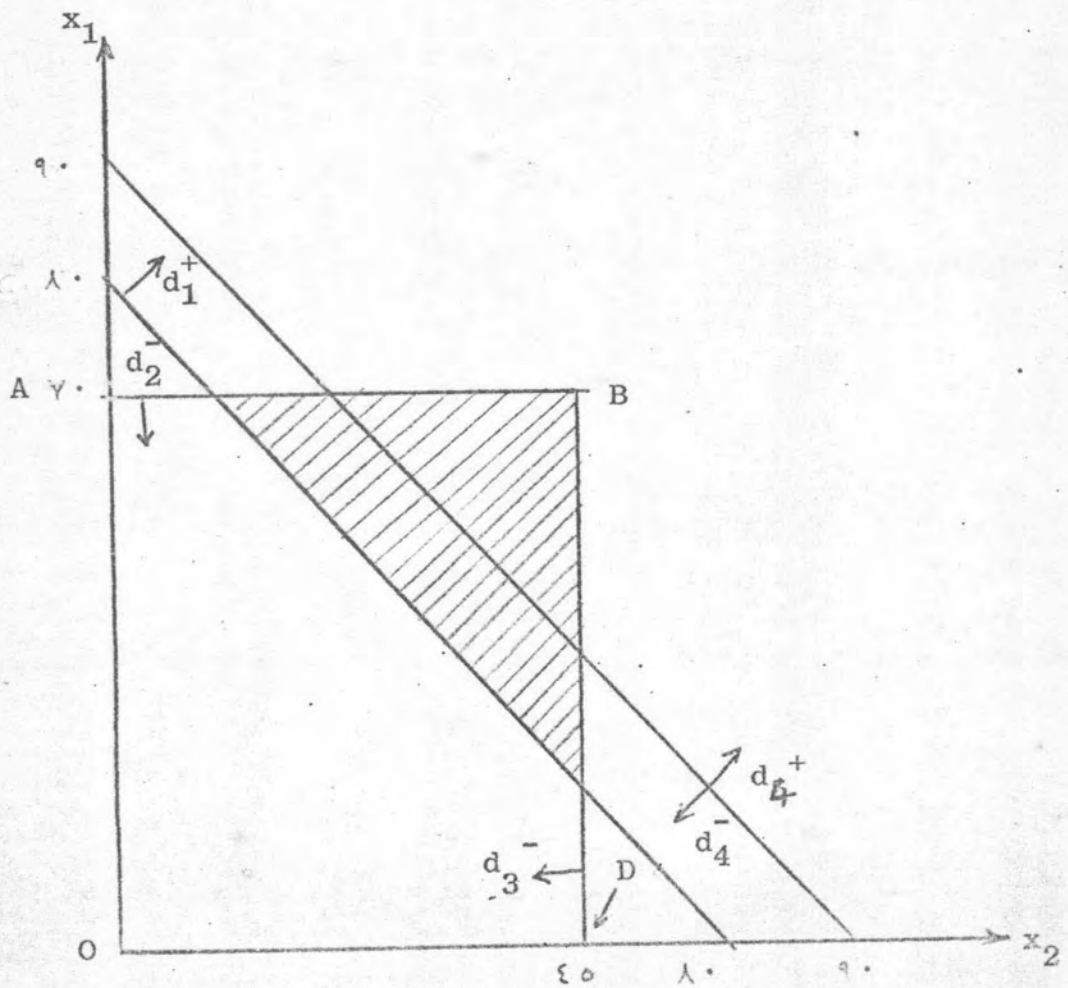
$$d_1^+ = 10 + d_{12}^+ - d_{12}^- \qquad (٦٦)$$

اگر (٦٦) را در محدودیت ظرفیت تولیدی قرار دهیم محدودیت تولید دیگری به دست خواهیم آورد :

$$x_1 + x_2 + d_{12}^- - d_{12}^+ = 90 \qquad (٦٧)$$

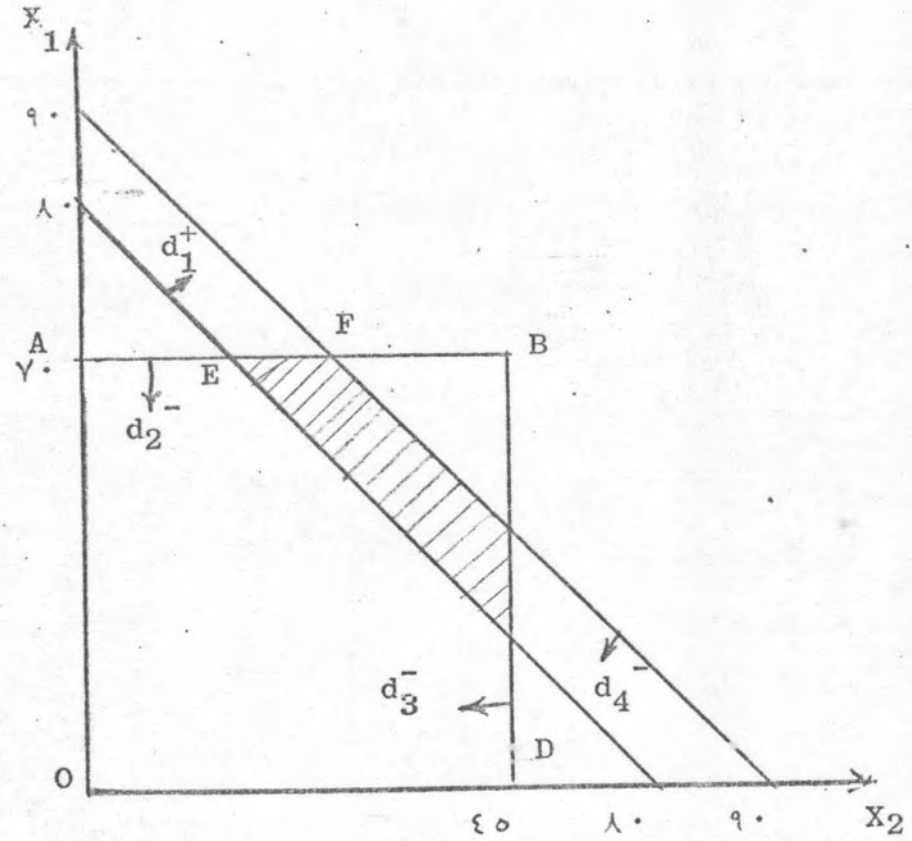
این محدودیت نشان میدهد که کارکارخانه میتواند کوچکتر : بزرگتر و یا مساوی با ۹۰ ساعت باشد اگر میخواهیم هدف خود را در مورد محدودیت فروش بدست آوریم منطقه امکان پذیر ABDO باقی خواهد ماند .

قدم بعدی تجزیه و تحلیل تابع ابژکتیو میباشد هدف اول سعی بر حداقل کردن d_1^- دارد پس باید محدودیت ظرفیت تولید $x_1 + x_2 - d_1^+ = 80$ بررسی شود پس پیکانی که در نمودار ۲ در مورد d_1^- است باید حداقل شود . شکل منطقه امکانپذیر در اینحالت نمودار ۳ میباشد .



(نمودار ۳)

هدف دوم مدیر محدود کردن اضافه کار به ۱۰ ساعت میباشد برای بدست آوردن این هدف منطقه امکانپذیر به قسمت هاشور زده محدود میشود مانند نمودار ٤ . دو هدف مهم اول مدیر کارخانه حاصل خواهد شد اگر تولید درون منطقه امکانپذیر نمودار ٤ واقع شود .



(نمودار ٤)

هدف سوم بدست آوردن حداکثر فروش است از آنجائیکه نرخ سود بین دو نوع کالا (X_1 , X_2) ٥ و ٣ میباشد باید سعی کنیم که تا میتوانیم روکش مبل را بفروشیم قبل از اینکه شروع به کوشش در مورد فروش پارچه پیراهنی نمائیم با توجه به نمودار ٤ حداکثر فروش روکش مبل ۷۰,۰۰۰ متر میباشد این موضوع

در پاره خط EF صادق خواهد بود ولی حداکثر مقداری که پارچه پیراهنی میتواند بفروش برسد در نقطه F قرار دارد که هم در منطقه امکان پذیر میباشد و هم هدفهای قبلی حاصل شده‌اند و نقطه F نقطه اپتیم سه هدف اول کارخانه میباشد که دراین نقطه x_1 برابر با ۲۰۰۰ و x_2 برابربا ۷۰۰۰ میباشد. آخرین هدف مدیر کارخانه حداقل کردن ساعات کار اضافه است این هدف عملاً نقطه اپتیم را تغییر نمیدهد علت آن این است که در هدفهای مهمتر زمان کار اضافه کار خانه به ۱۰ ساعت محدود شده بود اگر این محدودیت ۱۰ ساعت را حذف کنیم به هدف چهارم هم خواهیم رسید و ۱۰۰۰ متر تولید پارچه پیراهنی کاهش میابد و به نقطه E خواهیم رسید واضح است که نمیخواهیم هدف چهارم را به قیمت از دست دادن هدف سوم بدست بیاوریم.

مثال ۱۲:

مدل برنامه ریزی هدف زیر را در نظر بگیرید:

(۶۸) $\min: Z = p_1 d_1^- + p_2 d_4^+ + 4P_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + 4p_4 d_3^+ + 3p_4 d_2^+$

S.To:

$$x_1 + 3/2\, x_2 + d_1^- - d_1^+ = 180$$

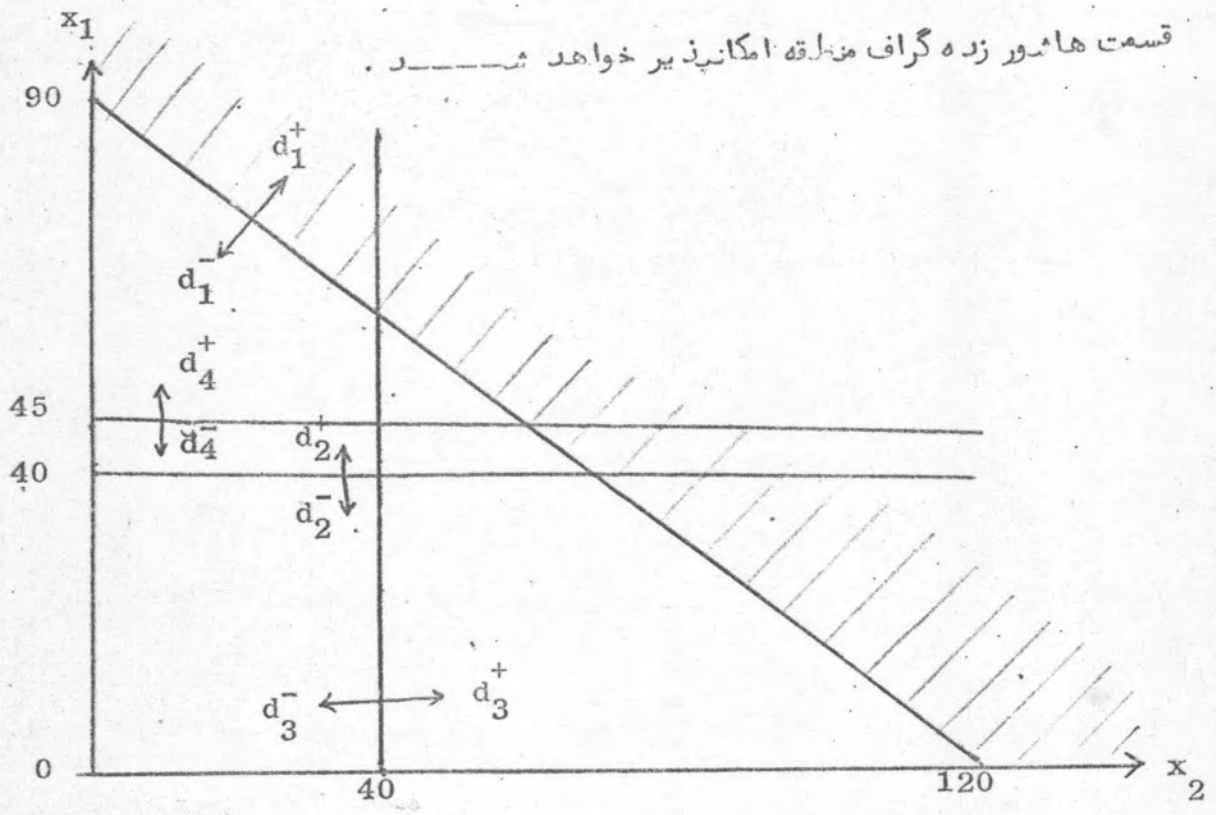
$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 40$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 40$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 45$$

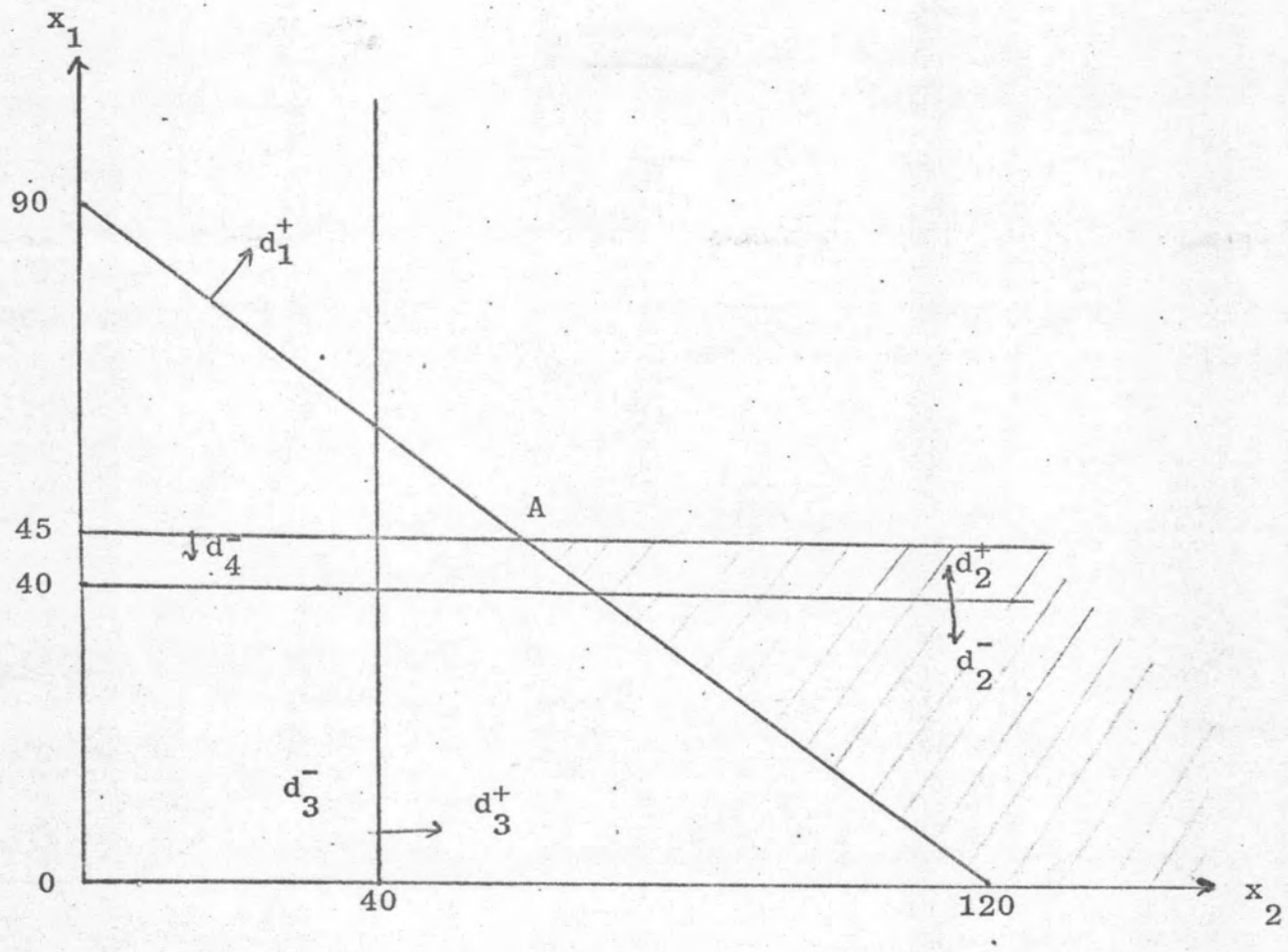
$$x_1, x_2, d_1^-, \ldots, d_4^-, d_1^+, \ldots, d_4^+ \geq 0$$

محدودیت ها را در گراف رسم مینمائیم با توجه به مهمترین الویت (p_1) محدودیت اول را روی گراف مشخص میکنیم . همانطوریکه در نمودار (٥) نشان داده شده قسمت هاشور زده گراف منطقه امکانپذیر خواهد شد .



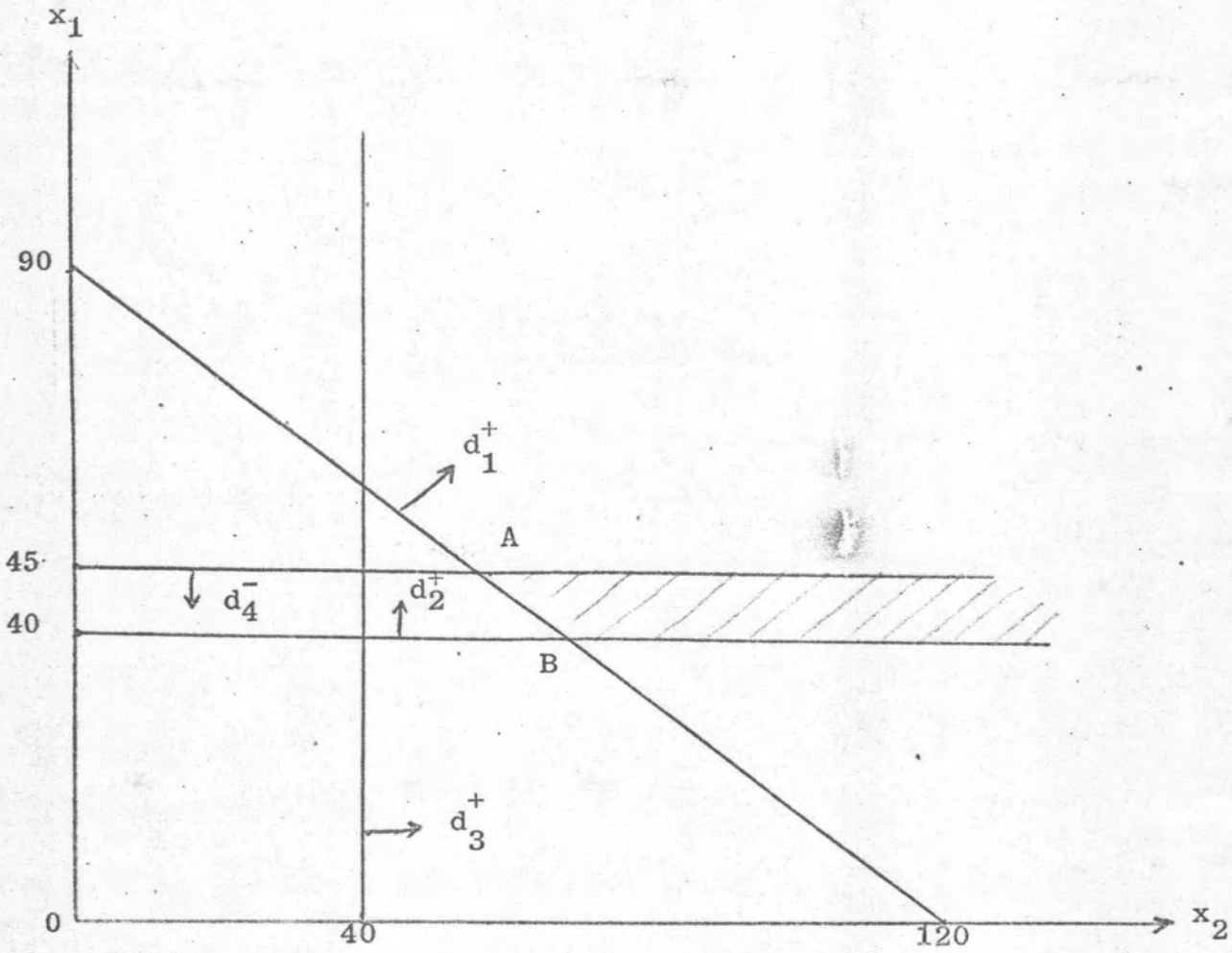
(نمودار ٥)

هدف دوم ، مربوط به محدودیت چهارم میشود که میتوان آنرا به شکل $x_1 \leq 45$ نیز نشان داد ترسیم آن بروی گراف مانند نمودار ٦ خواهد شد .



(نمودار ٦)

هدف سوم مربوط به محدودیت دوم و سوم میشود ترسیم آن بروی گراف به شکل زیر خواهد شد (نمودار ۷).



(نمودار ۷)

هدف چهارم را بکار ببندیم نقطه A نقطه اپتیمم خواهد گشت (نمودار ۷) .

مثـــــــــــال ۱۳ :

مثال ٦ را بخاطر آورید و سعی میکنیم که آنرا به کمك گراف حل کنیم :

(٦٩) $\min: Z = p_1 d_1^- + p_2 d_{21}^+ + 2p_3 d_2^- + p_3 d_3^- + p_4 d_2^+ + 3p_4 d_3^+$

S.To: $x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 5.500$

$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 800$

$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 320$

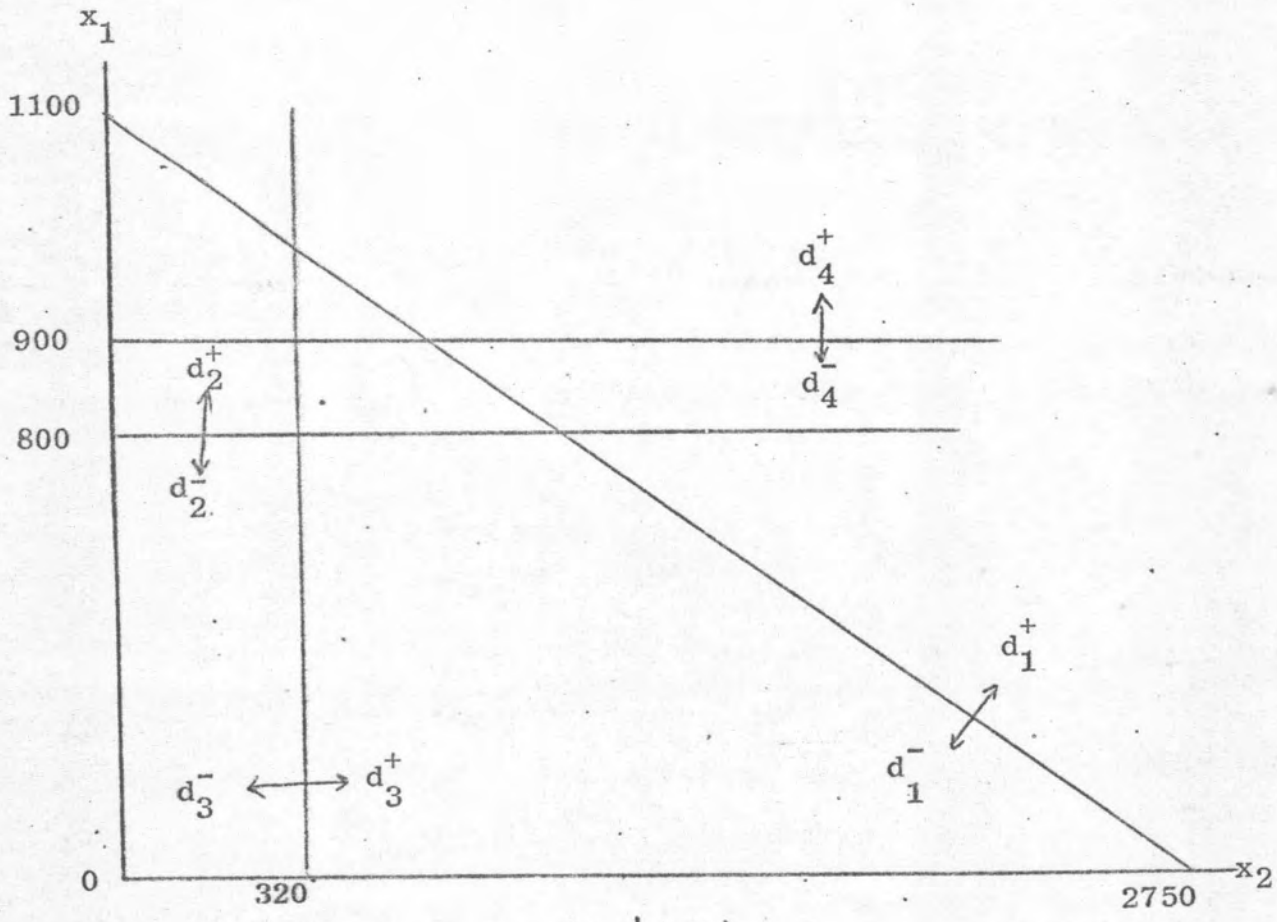
$d_{21}^- + d_2^+ - d_{21}^+ = 100$

$x_1 , x_2 , d_1^- , d_2^- , d_3^- , d_{21}^-, d_2^+ , d_3^+ , d_{21}^+ \geqslant 0$

برای سهولت محدودیت آخری را تبدیل به $x_1 + d_4^- - d_4^+ = ۹۰۰$ میکنیم

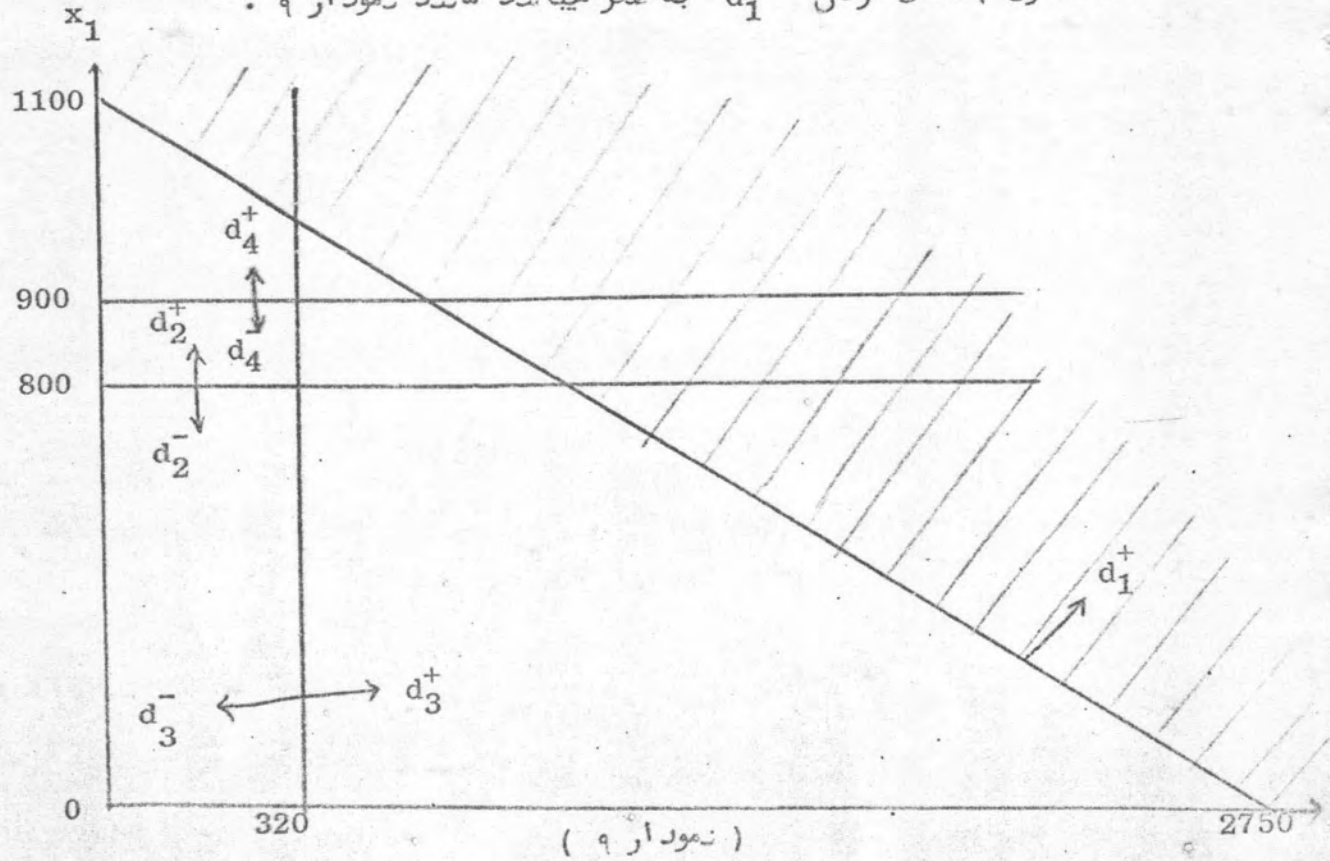
واضح است که هدف دوم در تابع ابژکتیو نیز به $p_2 d_4^+$ تغییر خواهد یافت

گراف مدل فوق را رسم مینمائیم (نمودار ۸)



(نمودار ۸)

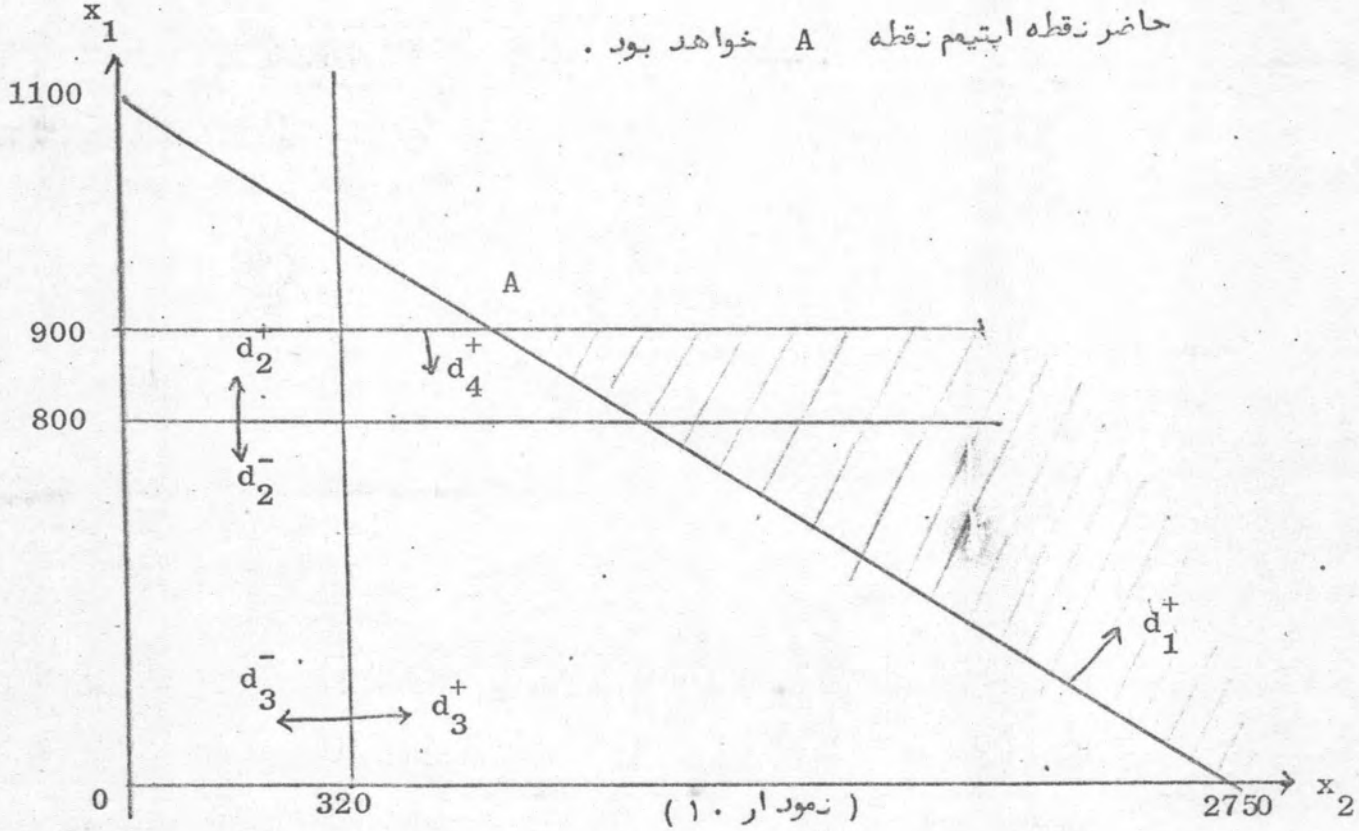
هدف اول جداقل کردن d_1^- به صفر میباشد مانند نمودار ۹ .



(نمودار ۹)

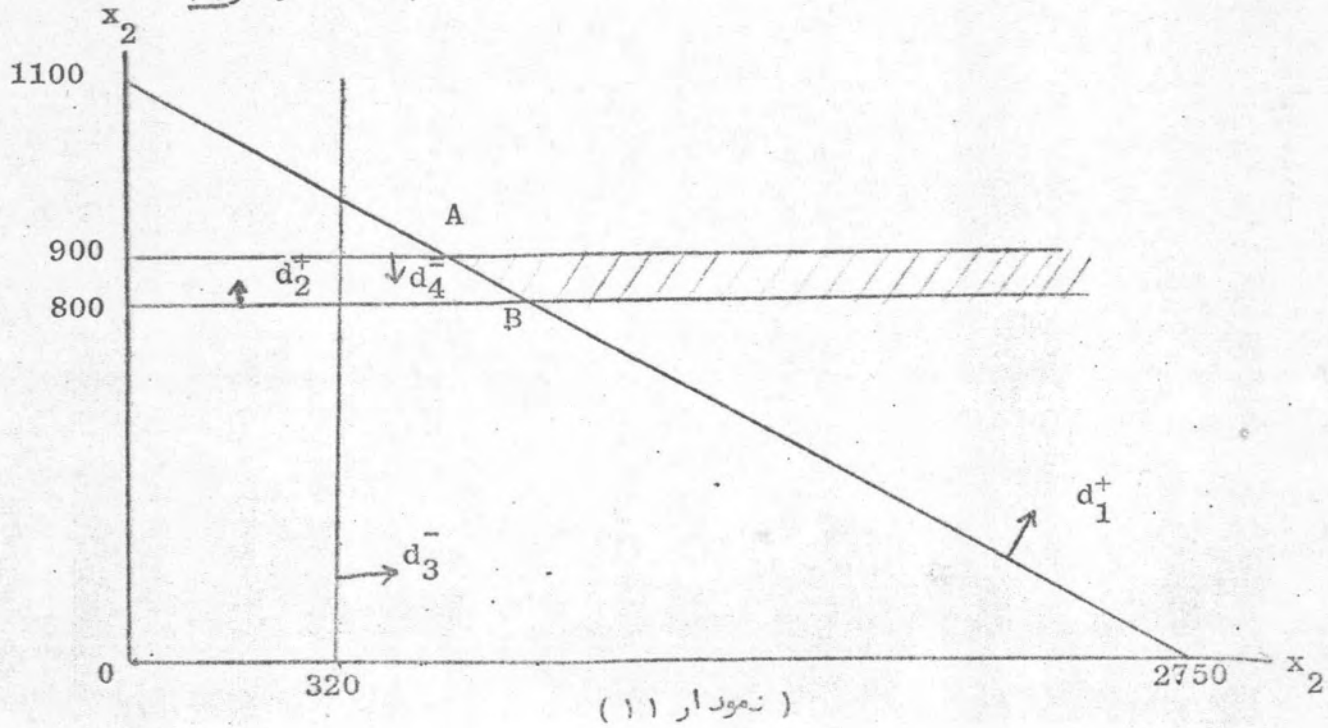
هدف دوم حداقل کردن d_4^+ بصفر میباشد که مانند نمودار ۱۰ و در حال حاضر

حاضر نقطه ایتیمم نقطه A خواهد بود .



(نمودار ۱۰)

حال d_2^- و d_3^- را حداقل میکنیم که به هدف سوم برسیم مانند نمودار ۱۱ .



(نمودار ۱۱)

نقطه A هنوز اپتیمم خواهد بود و $x_4 = 905$ و $x_2 = 500$ و

$d_2^+ = 100$ و $d_3^+ = 180$ برای حصول به هدف چهارم باید d_3^+ را

حداقل کنیم که باعث میشود هدفهای قبلی را از دست بدهیم لذا هدف چهارم -

فقط در قبال از دست دادن هدفهای مهمتر قابل حصول خواهد بـــــود .

(٥) روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف :

روش سیمپلکس بطور کلی برای حل مدلهای برنامه ریزی خطی بکار برده میشود با تغییراتی آنرا در اینجا میتوان برای حل مدلهای برنامه ریزی هدف نیز مورد استفاده قرار داد .

الف : روش سیمپلکس حل مدل برنامه ریزی خطی :

چون مدلهای برنامه ریزی هدف ، حداقل کننده میباشد لذا یك مدل برنامه ریزی خطی که حداقل کننده است را در نظر میگیریم :

(٧٠) $\min : Z = 2x_1 + 1x_2$

$$\text{S.To: } 2x_1 + 3x_2 \geqslant 6$$

$$4x_1 + 3x_2 \geqslant 8$$

$$x_2 \leqslant 2$$

قدم اول در حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی خطی معرفی متغیرهای کمکی (slack) و مصنوعی (artificial) است . برای اینکار مدل (٧٠) را بشکل زیر تغییر میدهیم :

(٧١) $\min : Z = 2x_1 + 1x_2 + OS_1 + OS_2 + OS_3 + MA_1 + MA_2$

$$\text{S.to: } 2x_1 + 3x_2 - S_1 + A_1 = 6$$

$$4x_1 + 2x_2 - S_2 + A_2 = 8$$

$$x_2 + S_3 = 2$$

در اینجا فرض براین است که خواننده آشنائی کامل با مراحل حل سیمپلکس مدل ـ برنامه ریزی خطی دارد و فقط برای یادآوری به نکات اساسی آن اشـــــــــاره خواهیم کرد در اولین مرحله فرض میشود که جواب در مبداء مختصات قرار دارد جدول (۱) نشاندهنده اولین مرحله میباشـــــد .

C_j			2	1	0	0	0	M	M
	V	C	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	A_1	A_2
M	A_1	6	2	3	−1			1	
M	A_2	8	(4)	2		−1			1
O	S_3	2		1			1		
	Z_j	14M	6M	5M	−M	−M	0	M	M
	Z_j-C_j		6M−2	5M−1	−M	−M	0	0	0

(محل های خالی درجداول صفرمیباشند .)

جدول ۱

ستون وردیف C_j نشان دهنده هزینه‌ای است که مربوط به هرکدام از متغیرهای تعریف شده در تابع ابژکتیو میباشد ستون V نشان دهنده متغیرهائی است که در جواب پایه (sol tion base) هستند و ستون C مشخص کننده مقادیر سمت راست محدودیت ها میباشد . Z_j که بیانگر نیاز ضایع میباشـــد

حاصل جمع C_j ها ضربدر ضریب یا مقدار ثابت درج شده در ستون‌های مختلف میباشد . ستون اپتیم ستونی است شامل متغیرهائی که جواب پایه را وارد مرحله دوم میکند و بزرگترین مقدار مثبت $Z_j - C_j$ را دارد . ردیف کلیدی ردیفی است شامل متغیرهائی که باید از جواب پایه به بیرون منتقل شوند انرا میتوان به این شکل پیدا کرد که عضوهای ستون C را به عضوهای ستون اپتیم تقسیم کرده کوچکترین عدد مثبت و یا صفر حاصل از تقسیم فوق در هر ردیفی که بود آن ردیف ، ردیف کلیدی میباشد .

دلیلی که ستون x_1 بعنوان ستون اپتیم انتخاب شده این است که متغیر x_1 کل هزینه را با نرخ بیشتری کاهش میدهد (همانطوریکه توسط $Z_j - C_j$ آن مشخص میباشد .) در جدول (۱) چون ردیف A_2 ردیف کلیدی است باید از جواب پایه بیرون آید . جدول (۲) نشاندهنده عملیات مرحله دوم میباشد باید بخاطر داشت که روش سیمپلکس بر مبنای تکنیک معکوس کردن ماتریس استوار است . چگونگی بدست آوردن جدول (۲) به قرار زیر است :

۱ــ اعداد ردیف A_2 جدول (۱) را به عدد ٤ (در ستون x_1) تقسیم کرده‌ایم تا ردیف x_1 در جدول ۲ بدست آمده است .

۲ــ برای محاسبه اعداد ردیف اول ضریبی که در تقاطع ستون اپتیم و ردیف اول واقع شده است را در ردیف کلیدی ضرب میکنیم و اعداد حاصل را از اعداد اول یکی یکی کسر میکنیم (روش حذف GAUSS - Jordan)

۳ــ تمام ردیفها را نیز مانند بند ۲ عمل میکنیم .

C_j			2	1	0	0	0	M	M
	V	C	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	A_1	A_2
M	A_1	2		(2)	−1	1/2		1	
2	x_1	2	1	1/2		−1/4			
0	S_3	2		1			1		
	Z_j	2M+4	2	2M+1	−M	M/2−1/2	0	M	
	Z_j-C_j		0	2M	−M	M/2−1/2	0	0	

جدول ۲

در جدول ۲ واضح است که متغیر A_2 که از پایه خارج شد دیگر احتیاج به محاسبات بعدی ندارد اگر روش سیمپلکس را ادامه دهیم به جدول ۳ خواهیم رسید در جدول ۳ جواب پایه دارای کل هزینه برابر با ٤ میباشد (مقدار Z_j در ستون C) که جواب اپتیمال است در این حالت $x_1=1$ و $x_2=\frac{3}{2}$ و $S_3=1$ و

$Z_j = 4$ میباشد ــــد .

1	x_2	1		1	−1/2	1/4		
2	x_1	3/2	1		1/4	−3/8		
0	S_3	1			1/2	−1/4	1	
	Z_j	4	2	1	0	−1/2	0	
	$Z_j - C_j$		0	0	0	−1/2	0	

جدول ۳

(ب) روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف :

با ذکر مثالهایی روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف را توضیح می دهیم :

مثال ۱٤ :

مثال ۱۱ را درنظر بگیرید:

$$\min: Z = P_1 d_1^- + P_2 d_4^+ + 5P_3 d_2^- + 3P_3 d_3^- + P_4 d_1^+ \quad (۷۲)$$

$$S.To: \quad x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

$$x_1 , x_2 , d_1^- , d_2^- , d_3^- , d_4^- , d_1^+ , d_4^+ \geqslant 0$$

برای حل گرافیك لازم بود که تمام متغیرهابصورت متغیر انتخاب (choice) باشند. در مورد روش حل سیمپلکس میتوانیم جواب ابتیمال را با استفاده از محدودیتی که بشکل زیر ارائه شده باشد بدست اوریم .

$$d_1^+ + d_{11}^- - d_{11}^+ = 10 \qquad (۷۳)$$

که :

d_1^+ : اضافه کار کارخانه .

d_{11}^- : اختلاف بین کار اضافه کارخانه و ۱۰ ساعت اضافه کار.

d_{11}^+ : کار اضافه کارخانه بیش از ۱۰ ساعت .

اگر معادله (۷۳) را داخل مدل (۷۲) بگذاریم هدف دوم تابع ابژکتیونیز $P_2 d_{11}^+$ خواهد شد . هردو شکل مدل برای حل سیمپلکس قابل قبول هستند چون در روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف ، اهداف تابع ابژکتیو باهم تناسبی ندارند معیار سیمپلکس (Z_j یا $Z_j - C_j$) مانند سیمپلکس برنامه ریزی خطی توسط یك ردیف نمیتواند نشان داده شود .

برای مشخص کردن ستون اپتیم باید رابطه اولویت ها را در نظر گرفت یعنی

$P_j \ggg P_j + 1$ بدین معنی که P_j همیشه برتر از $P_j + 1$ خواهد بود پس در انتخاب ستون اپتیم باید سطح اولویتها را ملاحظه نمود .

جدول ٤ جدول سیمپلکس اولیه در مورد این مثال ترسیم شده است ، فرضیات اصلی در مورد جدول مرحله اول مدل برنامه ریزی هدف همانند مدل برنامه ریزی خطی میباشد باز فرض میکنیم که اولین جواب در مبداء مختصات قرار دارد یعنی مقدار تمام متغیرهای انتخاب صفر است پس x_1 و x_2 مساوی صفر میباشند بنا براین در محدودیت اول کل ساعات کار کارخانه نیز صفر میشود . طبیعتاً زمان کار اضافی برای کارخانه نمیتواند وجود داشته باشد ($d_1^+ = 0$) . پس کمتر استفاده کردن از ظرفیت عادی کارخانه ٨٠ خواهد بود . بدین ترتیب متغیر d_1^- وارد پایه و عدد ثابت کمتر سمت راست ٨٠ میشود .

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{11}^-	d_1^+	d_{11}^+
P_1	d_1^-	80	1	1	1				−1	
$5P_3$	d_2^-	70	(1)			1				
$3P_3$	d_3^-	45		1			1			
	d_{11}^-	10						1	1	−1
$Z_j - C_j$	P_4	0							−1	
	P_3	485	5	3						
	P_2	0								−1
	P_1	80	1	1					−1	

جدول ٤

باهمین استدلال d_2^- و d_3^- هم در پایه قرار میگیرند در محدودیت آخر ($d_1^+ + d_{11}^- - d_{11}^+ = 10$) چون کارخانه مشغول کار نمیباشد باید صفر باشد همچنین اضافه کار کارخانه بیش از ۱۰ ساعت (d_{11}^+) نیز باید صفر باشد پس d_{11}^- مقدار ثابت ۱۰ را در جدول ٤ پیدا خواهد کرد

پیدا شدن متغیرهای انحرافی منفی (d_i^-) در جواب پایه در جدول مرحله اول حل سیمپلکس برنامه ریزی هدف یك قاعده همیشگی است .

در برنامه ریزی هدف c_j توسط عوامل اولویت ووزنهای مختلف تعیین میشوند در مثال ما معیار سیمپلکس ($Z_j - C_j$) یك ماتریس ۸×٤ میباشد چون ٤ سطح الویت و ۸ متغیر (۲ انتخاب و ٦ انحرافی) داریم . در برنامه‌ریزی هدف اول مهمترین هدف تا حد ممکن و بعد بترتیب هدفهای بعدی حصول خواهد شد پس واضح خواهد بود که انتخاب ستون ابتیم بر مبنای نرخ شراکت هر متغیر در حصول مهمترین هدف انجام میپذیرد . زمانی که اولین هدف کاملا" حاصل شد سپس ستون ابتیم بر اساس مسائل حداقل کردن برنامه ریزی خطی معیار سیمپلکس یا مقادیر ثابت سمت راست معادلات بیانگر کل هزینه جواب میباشد ، در برنامه ریزی هدف این مقادیر ($p_1 = 80$ و $p_2 = 0$ ، $p_3 = 485$ ، $p_4 = 0$) در ستون ثابت بیانگر قسمت حاصل شده هر هدف میباشند برای مثال در جدول ٤ که کارخانه نساجی هنوز شروع بکار نکرده است اهداف دوم و چهارم کاملا" بدست آمده‌اند . عدم حصول هدف اول ۸۰ میباشد زیرا کمتر استفاده نکردن از کار عادی کارخانه ۸۰ ساعت میشود برای هدف سوم حصول کمتر از هدف ٤۸۵ میباشد (۵×۷۰+۳×٤۵) مقادیر $Z_j - C_j$ که در

جدول ٤ آمده است به ترتیب زیرمحاسبه میشوند . همانطورکه گفته شد مقادیر C_j بیانگرعوامل اولویت هستند که به متغیرهای انحرافی منصوب میشوند ومقدار Z_j حاصل جمع C_j ضربدرمقادیر ثابت یاضرائب میباشند . بنابراین مقدار Z_j درستون x_1 برابر خواهدبود با ($p_1 \times 1 + 5 p_3 \times 1$) یا ($p_1 + 5 p_3$) مقدار C_j درستون x_1 برابرصفراست (تقاطع ستون x_1 وردیف C_j) پس مقدار $Z_j - C_j$ برای ستون x_1 برابربا $p_1 + 5 p_3$ خواهدبود . ازآنجاکه p_1, p_3 باهم تناسبی ندارند باید آنهارادرردیف p_1, p_3 درقسمت معیارسیمپلکس ($Z_j - C_j$) بطورمجزابنویسیم نتیجتاً مقدار $Z_j - C_j$ دررديف p_1 و p_3 ودرستون x_1 به ترتیب برابر یك وپنج خواهد بود برای ستون های دیگر نیز به همین ترتیب عمل خواهد شد .

ستونی که درقسمت $Z_j - C_j$ بزرگترین مقدار مثبت رادرسطح اولویت p_1 داردبه عنوان ستون اپتیمم انتخاب میشوند . درجدول ٤ دوعدد مثل هم (یك) در درسطح اولویت p_1 وجود دارد که باید یکی ازآنهاانتخاب شوند برای این کاراولویت سطح پائین ترراد رنظرمیگیریم هرکدام ازدوستون قبلی که مقدار $Z_j - C_j$ آنهادرسطح اولویت پائین تربزرگتر بود آنرابه عنوان ستون اپتیمم انتخاب میکنیم.درجدول ٤ درسطح اولویت ردیف p_2 ستون x_1, x_2 هردوصفر هستند پس به اولویت p_3 میرویم چون این اعداد ٥ و ٣ هستند ستون x_1 به عنوان اپتیمم انتخاب میشوند . برای پیدا کردن ردیف کلیدی مقادیر ثابت سمت راست رابه ضرائب ستون اپتیمم تقسیم میکنیم کوچکترین عدد مربوط به هرردیفی که بودآن ردیف ردیف کلیدی میباشد .

در جدول ٤ دو ضریب (۱) یك دایره كشیده شده است كه بیانگر تقاطع ردیف ـ كلیدی و ستون ابتیم میباشد حال باید x_1 وارد پایه شود و d_2^- ازپایه خارج گردد. بابكارگیری روش سیمپلكس برنامه ریزی خطی جدول ٤ تبدیل به جدول ٥ خواهد شـــد. حال كارخانه مشغول ۷۰ ساعت كار جهت تولید ۷۰,۰۰۰ متر تولید روكشی مـبك میباشد پس حالا كمتر استفاده كردن از ظرفیت كارخانه ۱۰ ـ ساعت میباشد (همانطور كه در ردیف d_1^- نشان داده شده است) از طرفـــی به هدف فروش پارچه روكشی مبل رسیده ایم. ستون ابتیم در جدول ٥ ستون x_2 و ردیف كلیدی ردیف d_1^- میباشد. درجدول ٥ مقادیر Z_j ($p_3 = 135$ $p_4 = 0$ ، $p_2 = 0$ ، $p_1 = 10$) نشاندهنده این است كه قسمتهای حاصل شده هدف اول به مقدار زیادی كاهش یافته است. زمانیكه مقدار Z_j در سطح الویت p_1 كاملا" به صفر حداقل شد باید به دنبال مقادیر Z_j در سطح p_2 برویم الـــــی آخر.

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{11}^-	d_1^+	d_{11}^+
P_1	d_1^-	10		(1)	1	−1			−1	
	x_1	70	1			1				
$3P_3$	d_3^-	45		1			1			
	d_{11}^-	10						1	1	−1
	P_4	0							−1	
$Z_j - C_j$	P_3	135		3		−5				
	P_2	0								−1
	P_1	10		1		−1			−1	

جدول ٥

حال جدول ٦ را با استفاده از جدول ٥ به طریق قبل بدست میاوریم . جدول ٦ نشان میدهد که ٧٠,٠٠٠ متر روکشی مبل و ١٠,٠٠٠ متر پارچه پیراهنی برای حصول اهداف اول و دوم و چهارم کافی است ولی هدف سوم کاملا" حاصل نشده است چون d_3^- عدد ٣٥ را در پایه نشان میدهد و مقدار ٣٥,٠٠٠ متر پیراهنی کمتر از حصول هدف سوم است چون دیگر احتیاجی به حصول هدف اول و دوم بنسبت تمام ضرائب $Z_j - C_j$ صفر و یا منفی هستند .

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{11}^-	d_1^+	d_{11}^+
$3P_3$	x_2	10		1	1	−1			−1	
	x_1	70	1			1				
	d_3^-	35			−1	1	1		1	
	d_{11}^-	10						1	(1)	−1
$Z_j - C_j$	P_4	0							−1	
	P_3	100			−3	−2			3	
	P_2	0								−1
	P_1	0			−1					

(جدول ٦)

حال انتخاب ستون اپتیمم بر مبنای الویت سطح p_3 انتخاب میشود d_1^+ ستون اپتیمم و d_{11}^- ردیفکلیدی خواهد بود . جدول ۷ را با استفاده از جدول ٦ مانند روش قبلی محاسبه میکنیم . در جدول ۷ Z_j در سطح p_3 از ۱۰۰ به ۷۵ کاهش میابد برای اینکه کمتر از حصول هدف سوم را کاهش دهیم هدف چهارم را در سطح p_4 به اندازه ۱۰ ساعت از دست بدهیم . جواب اپتیمم $x_1 = ۷۰$ ، $x_2 = ۲۰$ ، $d_1^+ = ۱۰$ ، $d_3^- = ۲۵$. به عبارت دیگر کارخانه باید ۷۰,۰۰۰ متر روکشی مبل و ۲۰,۰۰۰ متر پارچه پیراهنی با ۱۰ ساعت اضافه کار کار کند و ۲۵,۰۰۰ متر از حصول هدف فروش پارچه پیراهنی میباشد .

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{11}^-	d_1^+	d_{11}^+
	x_2	20		1	1	−1		1		−1
	x_1	70	1			1				
$3P_3$	d_3^-	25			−1	1	1	−1		1
P_4	d_1^+	10						1	1	−1
	P_4	10						1		−1
	P_3	75			−3	−2		−3		3
$Z_j - C_j$	P_2	0								−1
	P_1	0			−1					

(جـــــــدول ۷)

در جدول ۷ هدف سوم کاملا" حصول نشده چون در سطح p_3 مقدار $Z_j - C_j$

عدد بزرگتر از صفر قرار دارد (عدد ۳ در ستون d_{11}^{+}) . واضح است میتوانیم هدف سوم را به مقدار بیشتری بدست آوریم ، به این ترتیب که d_{11}^{+} را وارد پایه کنیم ولی چون مقدار منفی (۱-) در سطح بالاتر اولویت (p_2) داریم و این بدین معنی است که با معرفی d_{11}^{+} در جواب پایه هدف سوم را به قیمت از دست دادن هدف دوم بدست آورده ایم . پس نمیتوانیم d_{11}^{+} را وارد جواب پایه کنیم همین استدلال در مورد ستون d_{11}^{-} صادق است که یک مقدار مثبت (۱) در سطح p_4 دارد . قاعده کلی آن به این شکل است که اگر عنصر مثبتی در یک سطح الویت در قسمت $Z_j - C_j$ وجود داشته باشد ، متغیری که در آن ستون است نمیتواند مادامیکه یک عنصر منفی در سطوح الویت بالاتر وجود دارد وارد جواب پایه شود .

(ج) مراحل روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف :

بطور خلاصه روش حل سیمپلکس مدل برنامه ریزی هدف را میتوانیم به مراحل زیر تقسیم کنیم .

۱- ایجاد جدول مرحله اول :

فرض میکنیم جواب اول در مرکز مختصات است در نتیجه تمام متغیرهای انحرافی در محدودیت های مدل باید وارد جواب پایه شوند . تمام اعداد ثابت سمت راست و ضرائب تمام متغیر ها را در بدنه اصلی جدول وارد میکنیم سپس عوامل الویت و وزنهای مختلف را با بررسی تابع هدف در قسمت معیار سیمپلکس ($Z_j - C_j$)

در ستون V از پائین ترین به بالا ترین مرتب مینمائیم . مقادیر Z_j باید محاسبه شده و در ستون C آورده شوند آخرین قدم محاسبه مقادیر $Z_j - C_j$ برای هر ستون بترتیب از اولین متغیر انتخاب تا آخرین متغیر انحرافی مثبت میباشد .

۲- تعیین ورود متغیر جدید به پایه :

در این مرحله باید ستون ایتیم را پیدا کرد . اول بالا ترین سطح الویت را در نظر میگیریم بطوریکه با بررسی مقدار $Z_j - C_j$ در ستون مقادیر ثابت کاملا" حصول نشده باشد سپس ستون متغیری را مشخص مینمائیم که $Z_j - C_j$ آن بزرگترین مقدار مثبت را داراست اگر بزرگترین مقدار مثبت فوق در چند ستون مساوی بود آن ستونی را انتخاب میکنیم که در سطح اولویت پائین تر بعدی مقدار مثبت بزرگتری را داشته باشد اگر در سطوح بعدی هم مقدار مثبت مساوی بود سطح الویت پائین تر را در نظر میگیریم و به همین ترتیب اگر تا سطح پائین ترین الویت نتوانستیم به دلیل مساوی بودن مقادیر مثبت یکی را انتخاب کنیم یکی از ستونها را بصورت اختیاری بعنوان ایتیم در نظر میگیریم :

۳- تعیین خروج متغیر از پایه :

در این مرحله ردیف کلیدی را باید پیدا کنیم . ابتداء مقادیر ثابت را بر ضرائب ستون ایتیم تقسیم نموده ردیفی را انتخاب میکنیم که حاصل تقسیم آن حداقل مقدار مثبت را داراست . متغیر آن ردیف جایگزین متغیر ستون ایتیم میشود . اگر حاصل تقسیم ها در چند جا مساوی بود آن ردیفی را انتخاب میکنیم که متغیر درون آن الویت بیشتری را دارد .

٤- تعیین جواب امکان پذیر جدید :

عناصر ردیف کلیدی را تقسیم بر عنصری مینمائیم که در تقاطع ردیف کلیدی و ستون اپتیمم قرار دارد . سپس مقادیر جدیدی را برای سایر ردیفها پیدا می کنیم بدین ترتیب که هر ردیف را تقسیم بر عددی که در تقاطع آن ردیف و ستون اپتیمم قرار دارد نموده و تمام عناصر حاصله از آن ردیف را از ردیف کلیدی یکی یکی کسر مینمائیم که این روش باعث خواهد شد که عنصر در تقاطع ستون اپتیمم و ردیف کلیدی یك و باقی عناصر ستون اپتیمم صفر شوند . حال جدول را با محاسبه مقادیر Z_j و $Z_j - C_j$ برای سطوح مختلف الویت تکمیل مینمائیم .

ه - تعیین اپتیمال بودن جواب :

Z_j ها را بررسی می کنیم اگر مقادیر Z_j همه صفر بودند جواب - اپتیمال است در صورتیکه اگر یك مقدار مثبت Z_j وجود داشته باشد ضرائب $Z_j - C_j$ را برای آن ردیف بررسی مینمائیم اگر $Z_j - C_j$ مقدار مثبتی در آن ردیف داشت باید معین کنیم که آیا در سطح بالاتر اولویت در همان ستون $Z_j - C_j$ منفی است یا مثبت . اگر $Z_j - C_j$ در سطح بالاتر الویت برای مقدار مثبت $Z_j - C_j$ در ردیف مورد نظر منفی بود جواب اپتیمال است. در صورتیکه $Z_j - C_j$ دریك سطح الویت معین مقدار مثبتی را داشت و مقدار $Z_j - C_j$ در سطح بالاتر الویت در همان ستون منفی نبود به جواب اپتیمال نرسیده ایم پس دوباره به مرحله دوم برمیگردیم و این محاسبه را ادامه می دهیم تا به جواب اپتیمال برسیم .

مثـــــال ١٥ :

مثال ٦ را بـــــه خاطر بیاورید مدل فرموله شده از قرار زیر است :

$$(٧٤)\ \text{MIN: } Z=p_1 d_1^- + p_2\, d_{21}^+ + 2P_3\, d_2^- + p_3 d_3^- + p_4\, d_2^+ + 3p_4\, d_3^+$$

$$\text{S.T.O} \quad 5x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 5500$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 800$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 320$$

$$d_{21}^- + d_2^+ - d_{21}^+ = 100$$

$$x_1 ، x_2 ، d_1^- ، d_2^- ، d_3^- ، d_{21}^- ، d_1^+ ، d_2^+ ، d_3^+ ، d_{21}^+ \geq 0$$

C_j					P_1	$2P_3$	P_3			P_4	$3P_4$	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{21}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_{21}^+
P_1	d_1^-	5500	5	2	1				−1			
$2P_3$	d_2^-	800	(1)			1				−1		
P_3	d_3^-	320		1			1				−1	
	d_{21}^-	100						1		1		−1
$Z_j - C_j$	P_4	0								−1	−3	
	P_3	1920	2	1						−2	−1	
	P_2	0										−1
	P_1	5500	5	2					−1			

جدول (٨)

جدول ۸ جدول اولیه مدل فوق را نشان میدهد . تمام متغیرهای انحرافی در پایه هستند . فرض میکنیم جواب اولیه در مبداء مختصات میباشد . جدول ۸ نشـــان میدهد که هدف دوم و سوم کاملا" حاصل شده‌اند چون در مبداء مختصات هنـــوز در فروشگاه کاری انجام نمیشود پس حصول اهداف دوم و چهارم که مربوط به اضافه کار فروشندگان است باید کاملا" در جواب اولیه منعکس باشد .

با بررسی مقادیر $Z_j - C_j$ در سطح الویت p_1 واضح است که ستـــون x_1 ستون اپتیمم است . چون کاهش d_1 ما را زودتر به هدف اول میرساند (بدلیل بزرگتر بودن ۵ از سایر عناصر ردیف p_1) .

واضح است که ردیف d_2^- ردیف کلیدی میشود چون نسبت $\frac{۸۰۰}{۱}$ از سایـــر نسبتهای مقادیر ثابت به عناصر ستون اپتیمم کوچکتر است پس ردیف d_2^- باستـــون x_1 باید جابجا گردد .

برای پیدا کردن جواب امکان پذیر بعدی جدول ۹ را ارئـــــــــــــــه میدهیم . پیدا کردن مقادیر ردیف کلیدی در جدول جدید بسیار ساده است تمام عناصر ردیف کلیدی جدول ۸ را تقسیم بر یك (تقاطع ستون اپتیمم و ردیف کلیدی) مینمائیم برای محاسبه ردیف d_1^- در جدول ۹ عناصر ردیف کلیدی را در ۵ ضـــرب نموده و از ردیف d_1^- کم مینمائیم برای سایر ردیف ها نیز به همین ترتیب عمل نموده تا جدول ۹ بدست می آید .

C_j					P_1	$2P_3$	P_3			P_4	$3P_4$	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{21}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_{21}^+
P_1	d_1^-	1500		2	1	−5			−1	5		
	x_1	800	1			1				−1		
P_3	d_3^-	320		1			1				−1	
	d_{21}^-	100						1		(1)		−1
$Z_j - C_j$	P_4	0								−1	−3	
	P_3	320		1		−2					−1	
	P_2	0										−1
	P_1	1500		2		−5			−1	5		

جدول (۹)

با مراجعه به مقادیر Z_j در ستون ثابت واضح است که هدف اول حاصل نشده چون ۱۵۰۰ باید صفر شود تا هدف اول (در سطح P_1) حاصل گردد پس باید مراحل فوق را ادامه دهیم تا به جواب اپتیمال برسیم . مراحل بعدی در جدول (۱۰) آورده شده اند در مرحله آخر جواب اپتیمال برابر خواهد بود با

$X_1 = 900$ $X_2 = 500$ $d_2^+ = 100$ $d_3^+ = 180$

C_j					P_1	$2P_3$	P_3			P_4	$3P_4$	P_2
	V	C	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_{21}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_{21}^+
P_1	d_1^-	1000		2	1	−5		−5	−1			(5)
	x_1	900	1			1		1				−1
P_3	d_3^-	320		1			1				−1	
P_4	d_2^+	100						1		1		−1
$Z_j - C_j$	P_4	100						1			−3	−1
	P_3	320		1		−2					−1	
	P_2	0										−1
	P_1	1000		2		−5		−5	−1			5
P_2	d_{21}^+	200		2/5	1/5	−1		−1	−1/5			1
	x_1	1100	1	2/5	1/5				−1/5			
P_3	d_3^-	320		(1)			1				−1	
P_4	d_2^+	300		2/5	1/5	−1			−1/5	1		
$Z_j - C_j$	P_4	300		2/5	1/5	−1			−1/5		−3	
	P_3	320		1		−2					−1	
	P_2	200		2/5	1/5	−1		−1	−1/5			
	P_1	0			−1							
P_2	d_{21}^+	72			1/5	−1	−2/5	−1	−1/5		(2/5)	1
	x_1	972	1		1/5		−2/5		−1/5		2/5	
	x_2	320		1			1				−1	
P_4	d_2^+	172			1/5	−1	−2/5		−1/5	1	2/5	
$Z_j - C_j$	P_4	172			1/5	−1	−2/5		−1/5		−13/5	
	P_3	0				−2	−1					
	P_2	72			1/5	−1	−2/5	−1	−1/5		2/5	
	P_1	0			−1							
$3P_4$	d_3^+	180			1/2	−5/2	−1	−5/2	−1/2		1	5/2
	x_1	900	1			1		1				−1
	x_2	500		1	1/2	−5/2		−5/2	−1/2			−5/2
P_4	d_2^+	100						1		1		−1
$Z_j - C_j$	P_4	640			3/2	−15/2	−3	−13/2	−3/2			13/2
	P_3	0				−2	−1					
	P_2	0										−1
	P_1	0			−1							

جدول (۱۰)

مثـــــــــــال ۱۶ :

مثال ۷ را در نظر بگیرید مدل آن بشکل زیر بود .

(۲۵) min: $Z=p_1\, d_1^- + 20p_2\, d_2^- + 18p_2\, d_3^- + 21p_2\, d_4^- + p_3\, d_{11}^+ +$

$20p_4\, d_5^- + 18p_4 d_6^- + 21p_4 d_7^- + p_5 d_1^+$

S.To: $5x_1 + 8x_2 + 12x_3 + d_1^- - d_1^+ = 170$

$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 5$

$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 5$

$x_3 + d_4^- - d_4^+ = 8$

$x_1 + d_5^- - d_5^+ = 10$

$x_2 + d_6^- - d_6^+ = 12$

$x_3 + d_7^- - d_7^+ = 10$

$d_{11}^- + d_1^+ - d_{11}^+ = 20$

$x_1, \ldots, x_3, d_1^- \ldots, d_7^-, d_{11}^-, d_1^+, \ldots, d_7^+, d_{11}^+ \geqslant 0$

مراحل حل مسئله فوق بترتیب از جدول ۱۱ شروع و به جدول ۱۰ ختم میگردد .

C_j			P_1 $20P_2$ $18P_2$ $21P_2$ $20P_4$ $18P_4$ $21P_4$ P_5																			
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+	P_5
P_1 $20P_2$ $18P_2$ $21P_2$ $20P_4$ $18P_4$ $21P_4$	d_1^-	170	5	8	12	1								−1								
	d_2^-	5	1				1								−1							
	d_3^-	5			1			1								−1						
	d_4^-	8			①				1								−1					
	d_5^-	10	1							1								−1				
	d_6^-	12		1							1								−1			
	d_7^-	10			1							1								−1		
	d_{11}^-	20											1								1	
$C_j - Z_j$	P_5	0												−1								
	P_4	626	20	18	21													−20	−18	−21		
	P_3	0																				1
	P_2	358	20	18	21													−20	−18	−21		
	P_1	170	5	8	12									−1								

جدول (١١)

C_j			P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$	P_5										P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
P_1	d_1^-	74	5	8		1								−1							
$20P_2$	d_2^-	5	1				1						−12								
$18P_2$	d_3^-	5			1			1							−1						
	x_3	8			1				1							−1					
$20P_4$	d_5^-	10	1							1							−1				
$18P_4$	d_6^-	12		1							1							−1			
$21P_4$	d_7^-	2							−1			1							−1		
	d_{11}^-	20												1	1		①			−1	
	P_5	0																			
$C_j - Z_j$	P_4	458	20	18			−21						−1				21	−20	−18	−21	
	P_3	0																			−1
	P_2	190	20	18			−21											−20	−18		
	P_1	74	5	8			−12							−1						12	

جدول (١٢)

جدول (١٣)

C_j							P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$		P_5								P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
P_1	d_1^-	50	5	8		1						−12		−1						(12)	
$20P_2$	d_2^-	5	1				1								−1						
$18P_2$	d_3^-	5		1				1								−1					
	x_3	10			1							1								−1	
$20P_4$	d_5^-	10	1							1								−1			
$18P_4$	d_6^-	12		1							1								−1		
	d_4^+	2							−1			1					1			−1	
	d_{11}^-	20											1	1							−1
$Z_j - C_j$	P_5	0												−1							
	P_4	416	20	18								−21						−20	−18		
	P_3	0																			−1
	P_2	190	20	18					−21						−20	−18					
	P_1	50	5	8								−12		−1						12	

جدول (١٤)

C_j							P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$	P_5							P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	d_7^+	25/6	5/12	2/3		1/12						−1		−1/12						1	
$20P_2$	d_2^-	5	(1)				1								−1						
$18P_2$	d_3^-	5		1				1								−1					
	x_3	85/6	5/12	2/3	1	1/12								−1/12							
$20P_4$	d_5^-	10	1							1								−1			
$18P_4$	d_6^-	12		1							1								−1		
	d_4^+	37/6	5/12	2/3		1/12			−1								1				
	d_{11}^-	20											1	1							−1
$Z_j - C_j$	P_5	0												−1							
	P_4	416	20	18								−21						−20	−18		
	P_3	0																			−1
	P_2	190	20	18					−21						−20	−18					
	P_1	0				−1															

جدول (١٥)

C_j			P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$	P_5								P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	d_7^+	25/12		(2/3)		−1/12	−5/12					−1		−1/12	5/12					1	
	x_1	5	1				1								−1						
$18P_2$	d_3^-	5		1				1								−1					
	x_3	145/12		2/3	1	1/12	−5/12							−1/12	5/12						
$20P_4$	d_5^-	5					−1			1					1			−1			
$18P_4$	d_6^-	12		1							1								−1		
	d_4^+	45/12		2/3		1/12	−5/12		−1						5/12		1				
	d_{11}^-	20											1	1							−1
	P_5	0												−1							
	P_4	316		18			−20					−21			20			−20	−18		
$Z_j - C_j$	P_3	0														−18					−1
	P_2	90		-18			−20		−21												
	P_1	0				−1															

C_j																				
			P_1			$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$		P_5							P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	x_2	25/8		1		1/8	−5/8					−3/2		−1/8	5/8					3/2	
	x_1	5	1				1								−1						
$18P_2$	d_3^-	15/8				−1/8	5/8	1				(3/2)		1/8	−5/8	−1				−3/2	
	x_3	10			1							1								−1	
$20P_4$	d_5^-	5					−1			1					1			−1			
$18P_4$	d_6^-	71/8				−1/8	5/8				1	3/2		1/8	−5/8				−1	−3/2	
	d_4^+	2							−1			1		1/12			1			−1	
	d_{11}^-	20											1	1							−1
$Z_j - C_j$	P_5	0												−1							
	P_4	259¼				−9/4	45/4					6		9/4	35/4			−20	−18	−27	
	P_3	0																			−1
	P_2	135/4				−9/4	35/4		−21			27		9/4	−45/4	−18				−27	
	P_1	0				−1															

جدول (١٦)

(٩٣)

جدول (١٧)

C_j							P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$	P_5							P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	x_2	5		1				1							5/8	−1					
	x_1	5	1				1								−1						
$21P_4$	d_7^-	5/4				−1/12	5/12	2/3				1			1/12	−5/12	−2/3			−1	
	x_3	35/4			1	1/12	−5/12	−2/3							−1/12		2/3			1	
$20P_4$	d_5^-	5					−1			1					1			−1			
$18P_4$	d_6^-	7						−1			1				−5/8	1			−1		
	d_4^+	3/4				1/12	−5/12	−2/3	−1							(2/3)	1				
	d_{11}^-	20											1	1							−1
	P_5	0												−1							
	P_4	252¼				−21/12	−45/4	−4						21/12		4		−20	−18	−21	
$Z_j - C_j$	P_3	0																			−1
	P_2	0					−20	−18	−21												
	P_1	0				−1															

(٣٤)

C_j							P_1	$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$		P_5							P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	x_2	49/8		1		1/8	−5/8		3/2						5/8		3/2				
	x_1	5	1				1								−1						
$21P_4$	d_7^-	2							−2/3			1			1/12	−5/12	1			−1	
	x_3	8			1				3/2						−1/12			−2/3		1	
$20P_4$	d_5^-	5					−1			1					1			−1			
$18P_4$	d_6^-	47/8				−1/8	5/8		3/2		1				−5/8		−3/2		−1		
	d_3^+	9/8				1/8	−5/8	−1	−3/2							1	3/2				
	d_{11}^-	20											1	(1)							−1
$Z_j - C_j$	P_5	0												−1							
	P_4	189				9/4	−35/4		13					7/4			−6	−20	−18	−21	
	P_3	0																			−1
	P_2	0					−20	−18	−21												
	P_1	0				−1															

جدول (۱۸)

C_j			P_1			$20P_2$	$18P_2$	$21P_2$	$20P_4$	$18P_4$	$21P_4$	P_5							P_3
	V	C	x_1	x_2	x_3	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_5^-	d_6^-	d_7^-	d_{11}^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	d_5^+	d_6^+	d_7^+	d_{11}^+
	x_2	49/8		1		1/8	−5/8		3/2						5/8		3/2				
	x_1	5	1				1								−1						
$21P_4$	d_7^-	1/3							−2/3			1	−1/12		−5/12		1			−1	1/12
	x_3	39/4			1				3/2				1/12					−2/3		1	−1/12
$20P_4$	d_5^-	5					−1			1					1			−1			
$18P_4$	d_6^-	47/8				−1/8	5/8		3/2		1				−5/8		−3/2		−1		
	d_3^+	9/8				1/8	−5/8	−1	−3/2							1	3/2				
	d_1^+	20											1	1							−1
$Z_j - C_j$	P_5	20											1								−1
	P_4	154				−9/4	−35/4		13				−7/4				−6	−20	−18	−21	7/4
	P_3	0																			−1
	P_2	0					−20	−18	−21												
	P_1	0				−1															

جدول (١٩)

(ه) مشکلات عملی در سیمپلکس برنامه ریزی هدف و راه حل آنها :

در عمل با توجه به مشکل مسئله ممکن است مدل فرموله شده مشکلهای استاندارد نداشته باشد مانند :

۱- عدد ثابت (سمت راست) غیر مثبت :

عدد ثابت غیر مثبت زیر را درنظر بگیرید :

$$-5x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = -25 \quad (۷۶)$$

در جدول اولیه روش سیمپلکس فرض میکنیم که جواب اولیه در مبداء میباشد در نتیجه در (۷۶) d_1^- مقدار 25- را به خود میگیرد ، در صورتیکه روش سیمپلکس نیاز دارد که تمام متغیرها مثبت باشند (x_i و d_i^- و d_i^+) پس $d_i = -۲۵$ قابل قبول نیست . برای حل این موضوع دو طرف معادله را در منفی یک ضرب نموده محدودیت زیر بدست می آید .

$$5x_1 + x_2 + d_1^+ - d_1^- = 25 \quad (۷۷)$$

اگر هدف بدست آوردن دقیق ۲۵- از محدودیت (۷۶) باشد میتوان براحتی d_1^- و d_1^+ را در سطح همان الویت حداقل نمود . در صورتیکه هدف ایجاد محدودیت ۲۵- یا بیشتر باشد ، d_1^- باید در (۷۶) حداقل گردد ولی در (۷۷) d_1^+ باید حداقل شود تا همان اثر را داشته باشد . همین طور اگر فرض کنیم که هدف ایجاد محدودیت ۲۵- یا کمتر باشد d_1^+ باید در (۷۶) حداقل گردد و یا d_1^- در (۷۷) حداقل شود .

۲- جواب نامحصـــور:

ممکن است در شرایط الویت غیر واقعی تصمیم گیر یا کمبود محدودیت ها ، مسئله اجازه دهد که یك یا چند متغیر بدون حد افزایش یابد این مسئله بنـــدرت اتفاق میافتد و در صورتی که چنین ایرادی پیش آید باید در نظر داشت که چنـــد محدودیت مهم از قلم افتاده اند .

۳- جوابهای ایتیمال متفاوت

ممکن است ۲ یا چند نقطه در سطح یك هدف جواب اپتیمال باشد ایـــن موضوع هرگز اتفاق نمیافتد اگر فقط یك متغیر انحرافی در سطح هر الویت باشـــد و یا اگر وزنهای مختلف به اهداف زیر یك سطح الویت منصوب شده باشند . بـرای روشن تر شدن این موضوع مثال ٦ را در نظر بگیرید فرض کنید که مدیر فروشگـاه اهداف خود را به ترتیب زیر تغییر داده است :

$$\min: \quad Z = p_1 d_1^- + p_2 d_{21}^+ + 2p_3 d_2^- + p_3 d_3^- + p_4 d_2^+ + p_4 d_3^+ \qquad (۷۸)$$

$$\text{S.to:} \quad 5x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 5500$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 800$$

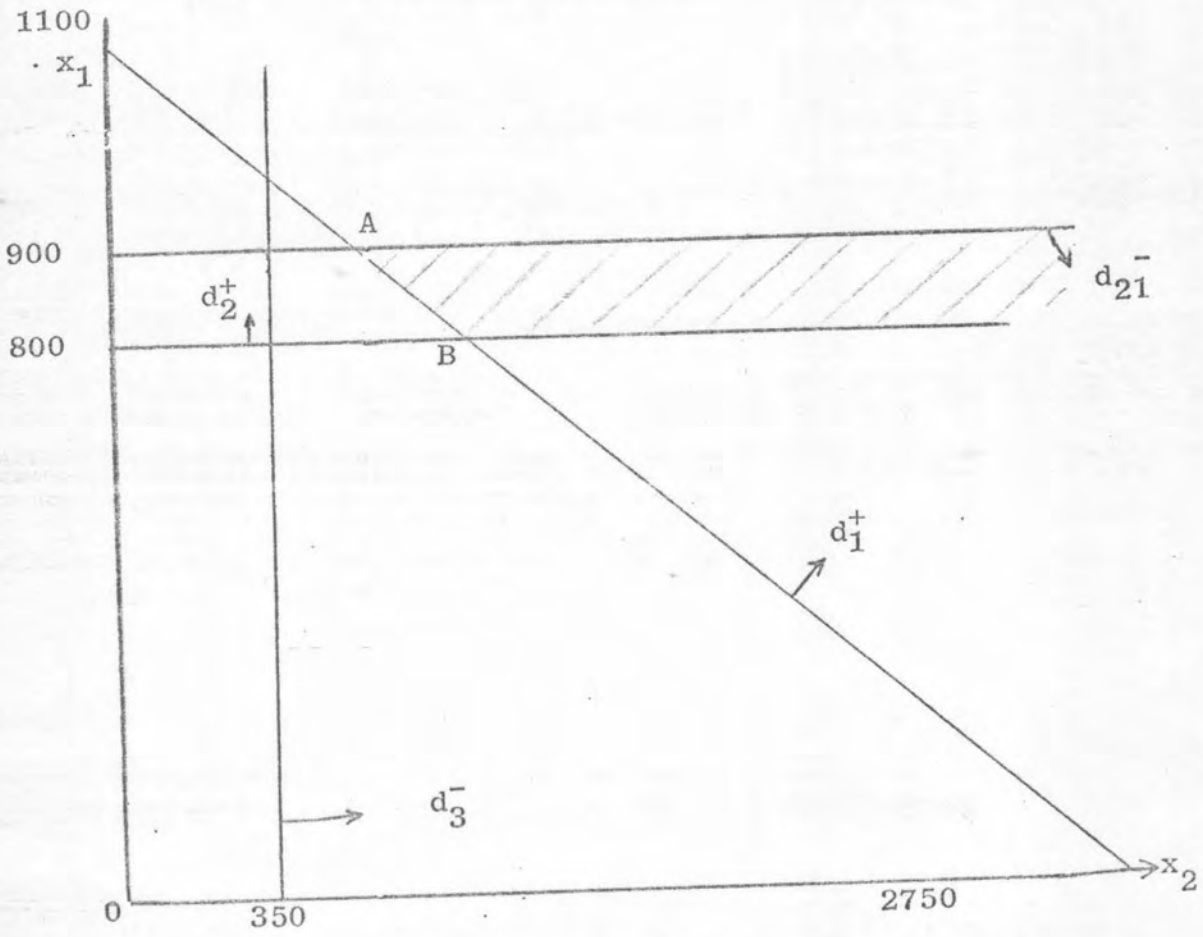
$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 320$$

$$d_{21}^- + d_2^+ - d_{21}^+ = 100$$

$$x_1, x_2, d_1^-, \ldots, d_3^-, d_{21}^-, d_1^+, \ldots d_3^+, d_{21}^+ \geq 0$$

تابع ابژکتیو مدل فوق نشان میدهد که مدیر فروشگاه وزنهای متفاوت را در حداقل کردن ساعات اضافه کار فروشندگان تمام وقت و نیمه وقت منصوب ننموده است .

حل گرافیک مدل فوق در نمودار ۱۲ آمده است سه هدف اول میتوانند در نقاط A و B ویا پاره خط AB حاصل شوند ولی، هدف چهارم نمیتواند حاصل شود زیرا مجموع ساعات اضافه کار را نمیتوان کاملا" حذف نمود . اگر مدیر فروشگاه وزنهای متفاوتی را در حداقل کردن ساعات اضافه کار (بر طبق هزینه فرصتی) منصوب نماید جواب اپتیمال متفاوتی با جواب فوق بدست خواهد آمد .



(نمودار ۱۲)

٦ – روش حل سیمپلکس با استفاده از کامپیوتر

همانطورکه در قسمت قبل نشان داده شد روش حل سیمپلکس در مواقعی که تعداد متغیرها ومحدودیت ها زیاد باشند احتیاج به زمان زیادی برای حل مسائل برنامه ریزی هدف دارد لذا این فصل اختصاص داده شده به حل روش سیمپلکس با استفاده از تسهیلات کامپیوتر .

مثال ١٧

مثال ١٤ یا ١١ را در نظر بگیرید : (٧٩)

$$\min : \quad Z=p_1 d_1^- + p_2 d_4^+ + 5p_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + P_4 d_1^+$$

$$\text{S.T o :} \quad x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

برنامه کامپیوتر طوری طراحی میشود که متغیرهای کمکی (slack) وانحرافی (deviational) رابطور اتوماتیک در نظر بگیرد . به هرحال باید متغیرهای انتخاب (choice) وضرائب فنی آنها ، جهت محدودیتها (مساوی یا نامساوی) وتابع ابژکتیو مشخص شوند . بدین ترتیب برای مثال فوق اطلاعات مذکور ذیل تمام موارد لازم برای حل مسئله می باشد .

Col #	1	2		
Row #	X_1	X_2	Sign	rhs
1	1	1	B	80
2	1		L	70
3		1	L	45
4	1	1	B	90

حروفی که در زیرستون علامت (sign) بکاربرده شده‌اند بعداً تحت عنوان "کارت علامت" توضیح داده می شوند .

هشت

حل برنامه ریزی هدف توسط کامپیوتر نیاز به ... قسمت اساسی زیردارد

۱ـ کارت مسئله (problem card)

۲ـ کارت علامت (sign card)

۳ـ کارتهای تابع آبژکتیو (objective function cards)

٤ـ کارتهای نرخهای جایگزینی (substitution rates cards)

٥ـ کارتهای سمت راست (right hand side cards)

٦ـ کارتهای برنامه (program cards)

۷ـ کارتهای سیستم (system cards)

۸ـ کارت پایان (finish card)

(الف) کارت مسئله

کارت مسئله پارامترهای مسئله مورد نظر را توصیف می نماید طرز مکزه کردن آن به شکل زیراست :

- در ستون های ٤ـ١ کلمه PROB مکزه می شود
- در ستون های ٧ـ٥ تعداد ردیف را باید مکزه کرد
- در ستون های ١٠ـ٨ تعداد ستون ها را باید مکزه نمود
- در ستون های ١٣ـ١١ تعداد عوامل اولویت باید مکزه شود

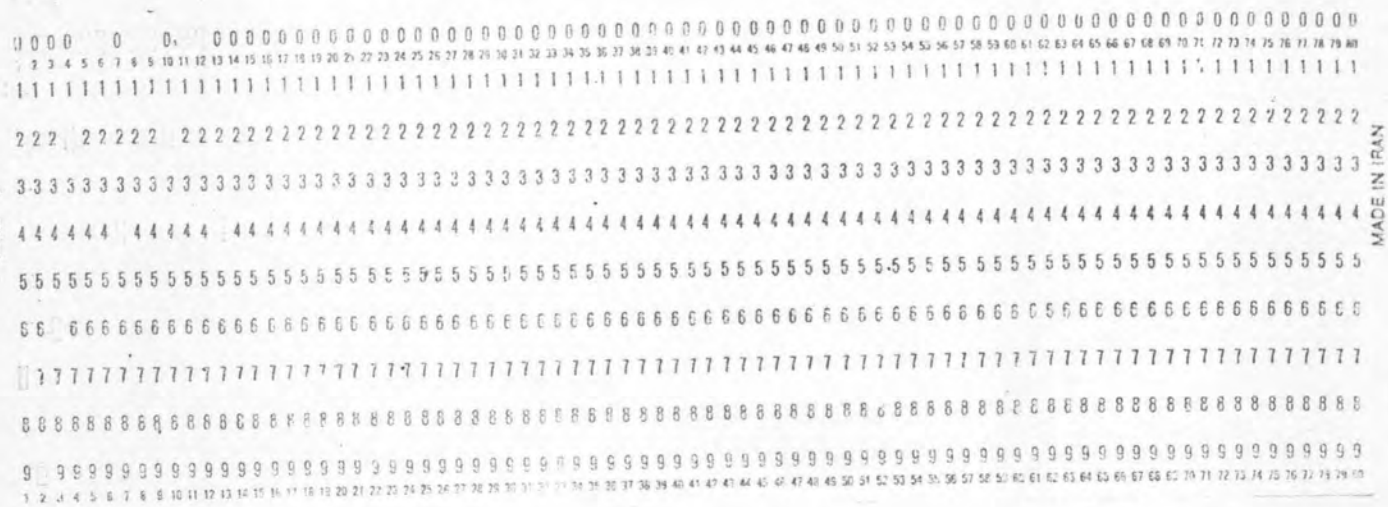
تعداد ردیفها برابر با تعداد محدودیت و معادلات هدف می باشد .

تعداد ستون ها اشاره بر تعداد متغیرهای حقیقی دارد که در مسئله مورد استفاده قرارگرفته است (باید توجه کرد که متغیرهای انحرافی وکمکی شامل نمی باشند) .

تعداد عوامل اولویت فقط بیانگر تعداد سطوح اولویت می باشد . اولویتهای مصنوعی برای ایجاد اولین پایه بطور اتوماتیک ایجاد خواهند شد .

در مثال فوق کارت مسئله به شکل زیر سازمان داده می شود بعد از کلمه PROB عدد 004002004 نشان دهنده ٤ ردیف ، ٢ متغیر حقیقی و چهار عامل اولویت در مسئله است .

PRUB004002004



(ب) کارت علامت

کارت علامت بیانگر جهت محدودیتها می باشد وچهارحالت زیرراداراست :

- " E " برای " دقیقا مساوی " (exactly epual) هیچ انحرافی درهرجهت وجودندارد .
- " G " برای " بزرگتراز " (grater than) این علامت فقط انحراف مثبت عدد سمت راست رابیان می نماید .
- " L " برای "کوچکتراز " (less than) این علامت فقط انحراف منفی ازعدد سمت راست رابیان می نماید .
- " B " برای " هردوجهت " (both directions are possible) این علامت حداقل کردن هردو انحراف منفی ومثبت ازهدف یامحدودیتها رابیان می نماید .

یك یا هردو متغیرانحرافی یك محدودیت باید درتابع ابژکتیووجود داشته باشد . اگرهیچ متغیرانحرافی درتابع ابژکتیو پیدانشود ، ممکن است که هردو متغیرانحرافی درپایه قراربگیرند ومحدودیت $d_i^- . d_i^+ = 0$ برقرارنگردد . اگرهردو متغیرانحرافی درتابع ابژکتیو وجود داشته باشند ، میتوانند به خود عوامل اولویت رامنسوب نمایند .

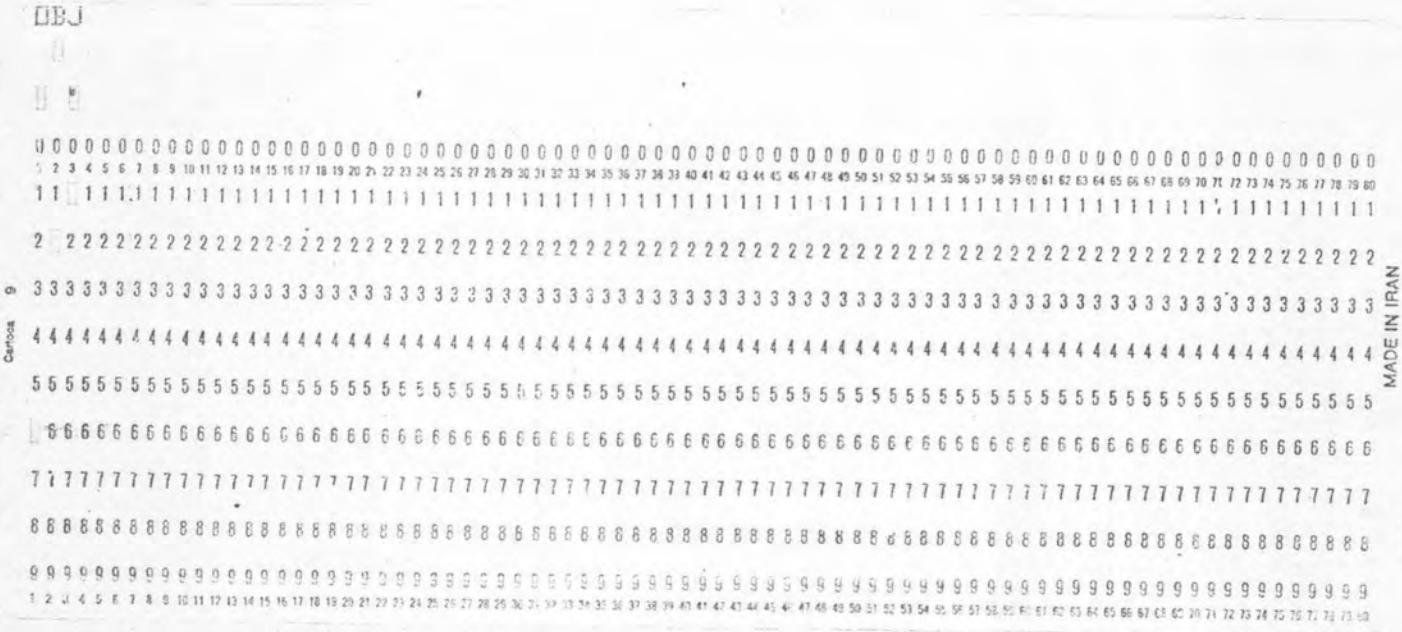
درمثال فوق کارت علامت به شکل زیرمی باشد :

(ج) کارت های تابع آبژکتیو

کارت های تابع آبژکتیومشخص کننده عوامل اولویت ، محل آنها ونوع متغیرانحرافی می باشند .کارت های اطلاعات تابع آبژکتیو (objective data card)

بایك كارت (name card) كه درستون اول آن كلمه "OBJ" منگنه شـــده

باشد شروع ميشود مانند :



كارتهای اطلاعات تابع آبژكتيو (oblective data card)

هرعنصرتابع آبژكتيورابه طريق زيرتعريف می‌نمايد :

ـ درستون های ۳ـ۱ كلمه "POS" برای مثبت (positive)

يا "NEG" برای منفی (negative) بايد منگنه شودايـــــن

كلمات مشخص‌كننده اين است كه متغيرانحرافی مثبت يامنفی بايـــد

درسطح اولويت مربوطه حداقل شود .

ـ ستون های ۷ـ٤ خالی می‌باشد .

- درستون های ۶-۸ باید شماره ردیف i ام که متغیرانحرافی مذکور درفوق واقع شده است منگنه گردد .

- ستون های ۱۲-۱۰ خالی می باشند .

- درستون های ۱۴-۱۳ سطح اولویتی که متغیرانحرافی باید حداقل گردد منگنه شود .

- ستون های ۲۵-۱۵ مختص به ضرائب عوامل الویت یاوزن هامیباشد دراین قسمت حتماً باید یك مقدارعددی درج گردد . زیرادرصورت خالی بودن برنامه به طوراتوماتیك عددیك رافرض نمی نماید . عدد منگنه شده باید اعشاری باشد .

درمثال فوق که تابع آبژکتیوآن

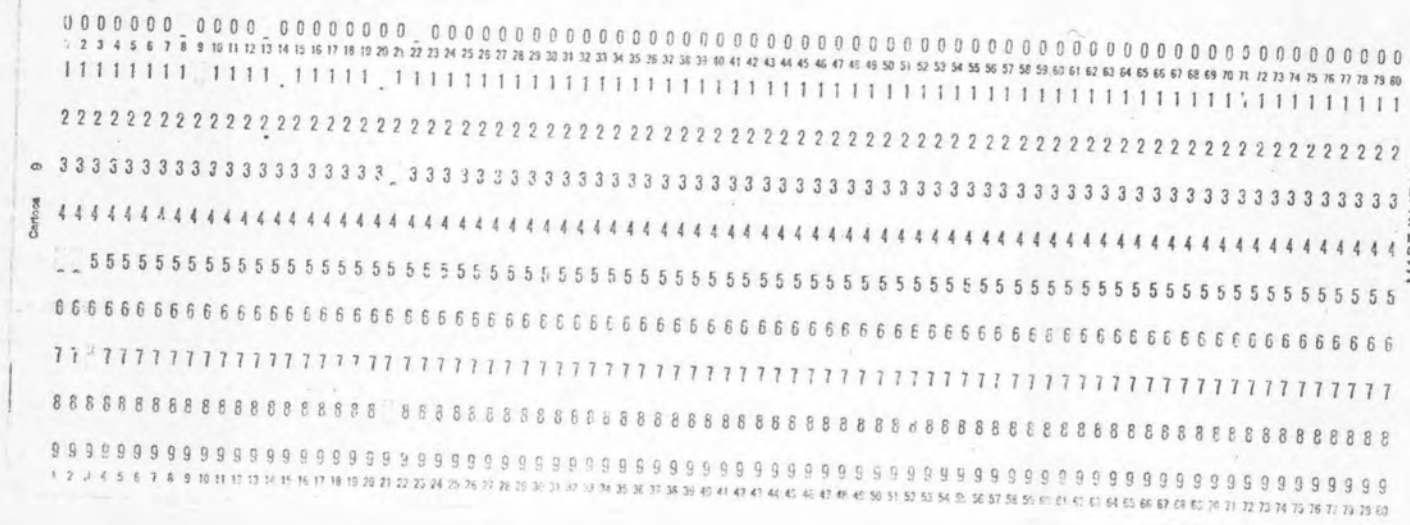
$$\min Z = p_1 d_1^- + p_2 d_4^+ + 5p_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + p_4 d_1^+$$

می باشد .

کارتهای اطلاعات تابع آبژکتیو (objective data cards) به شکل زیرخواهند بود .

ردیفی که انحراف واقع شده

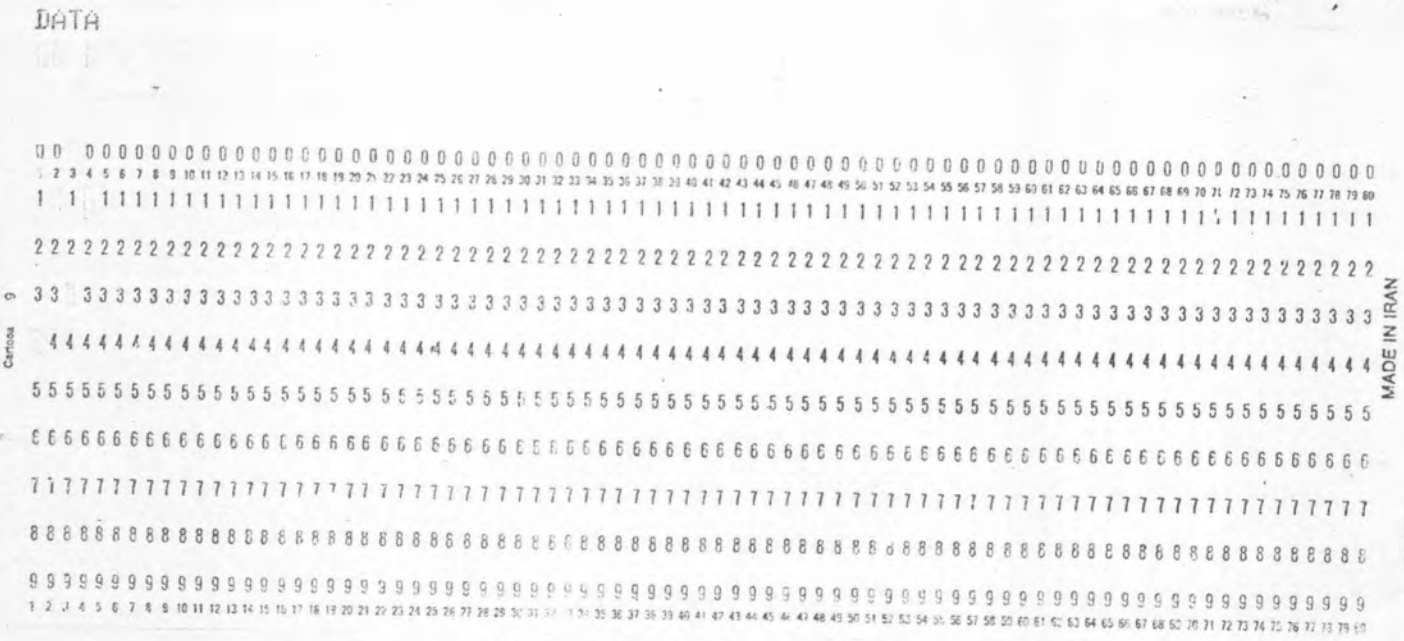
انحراف		الویت	وزن
POS	01	04	1.0
NEG	03	03	3.0
NEG	02	03	5.0
POS	04	02	1.0
NEG	01	01	1.0



(د) کارتهای قسمت اطلاعات (ضرائب فنی)

کارتهای قسمت اطلاعات (data section cards)

مشخص کننده ضرائب فنی متغیرهای انتخاب می باشد . کارتهای قسمت اطلاعات باید بایک کارت که کلمه " DATA " درستون های ٤-١ آن منگنه شده باشد آغاز شـــــوند مانـــــد :



سپس کارتهای بعدی باید به طریق زیرمنگنه شوند .

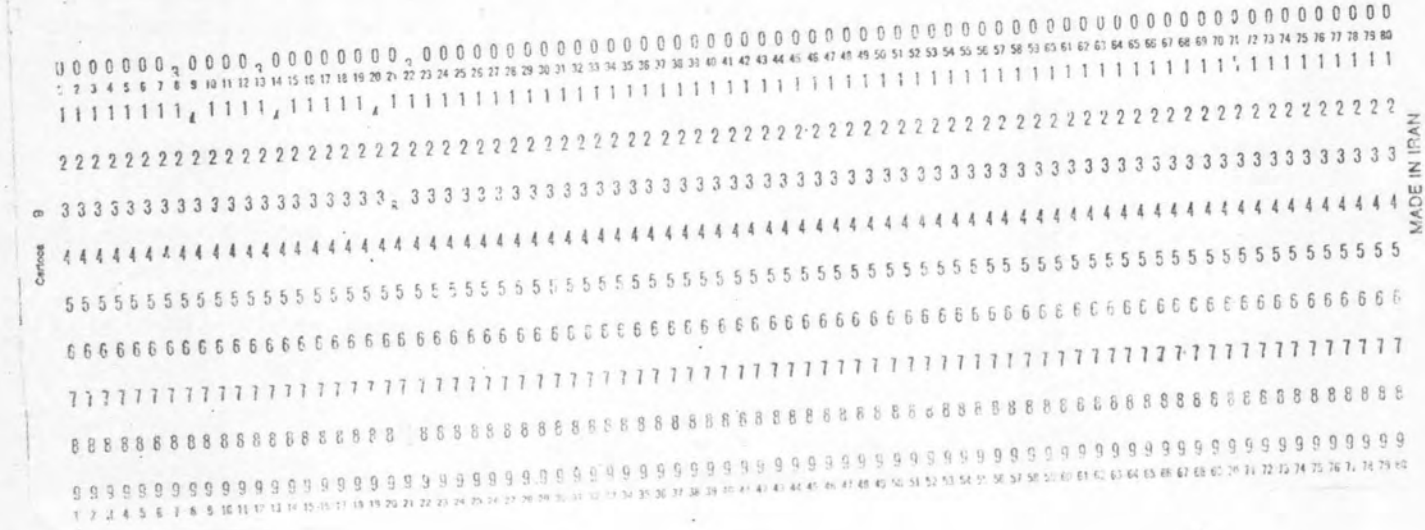
- ستون های ۷-۱ باید خالی باشند .
- درستون های ۹-۸ شماره ردیفی که ضریب مربوطه درآن قرارگرفته است باید منگنه شود .
- ستون های ۱۲-۱۰ باید خالی باشند .
- درستون های ۱۴-۱۳ شماره ستونی که ضریب مربوطه درآن قرار گرفته است باید منگنه شود .
- درستون های ۲۵-۱۵ مقدارضریب باید منگنه شود (بصورت عدد اعشاری)
- درمثال فوق ضرائب فنی به شکل زیرمی باشند :

Col. #	1	2
Row #	x_1	x_2
1	1	1
2	1	
3		1
4	1	1

ضرائب فوق باید به شکل زیرمنگنه گردد :

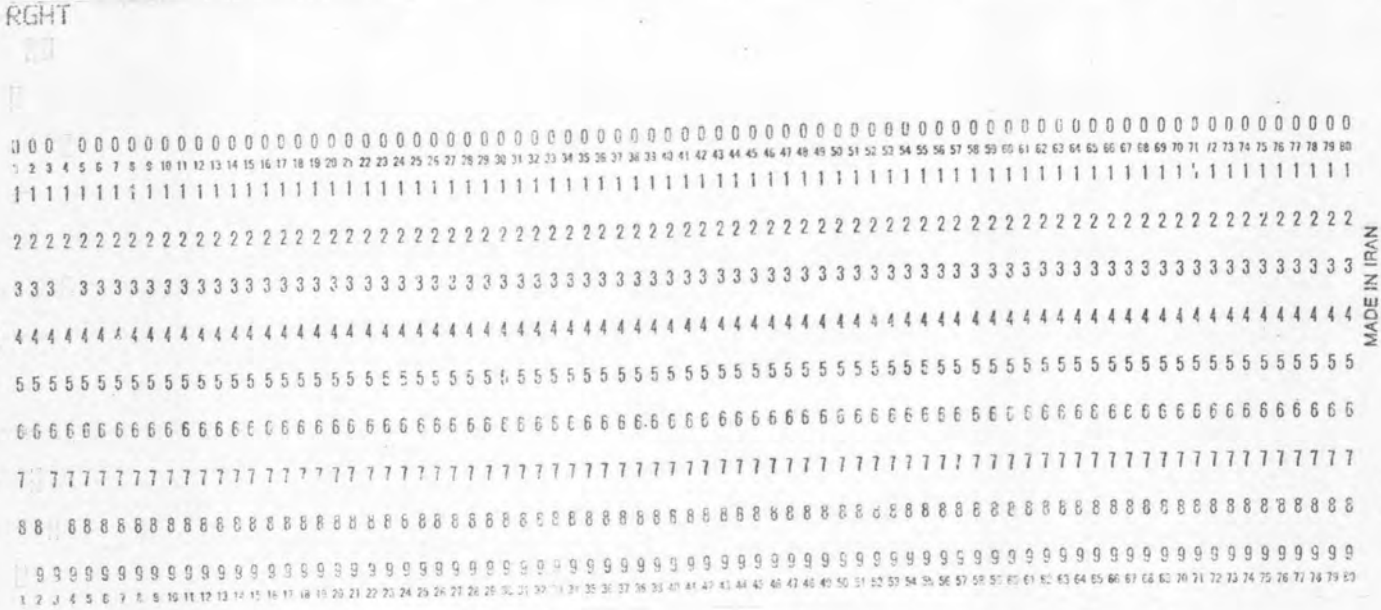
ستون ماتریس
مقدار ضریب
ردیف ماتریس

```
04   02     1.0
04   01     1.0
03   02     1.0
02   01     1.0
01   02     1.0
01   01     1.0
```



(هـ) کارتهای سمت راست

کارتهای سمت راست (right - hand side cards) آخرین قسمتی هستند که باید توسط کامپیوتر خوانده شود . ابتدای کارتهای سمت راست یك کارت که درستون های ٤ـ١ آن کلمه " RGHT " منگنه شده است قرار می گیـــرد



کارتهای بعدی بشرح زیر منگنه می شوند .

ـ درستون های ١٠ـ١ مقدار سمت راست اولین ردیف منگنه می شود .

ـ درستون های ٢٠ـ١١ مقدار سمت راست دومین ردیف منگنه می شود .

ـ درستون های ٣٠ـ٢١ مقدار سمت راست سومین ردیف منگنه می شود .

ـ "

ـ "

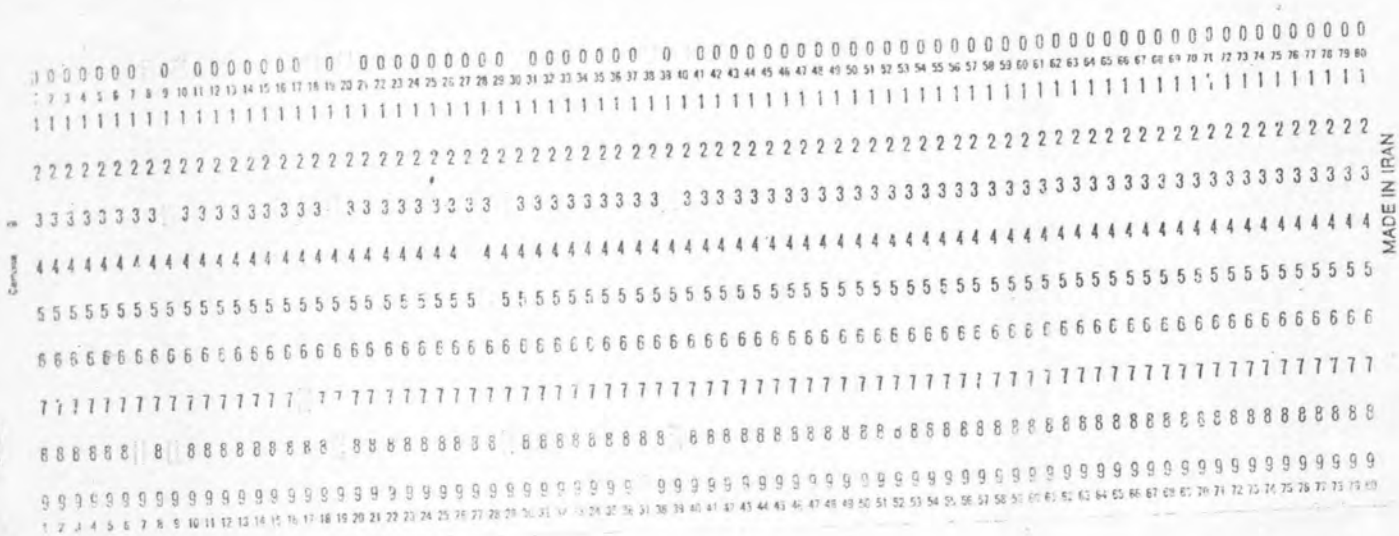
ـ "

ـ درستون های ٨٠ـ٧١ مقدار سمت راست هشتمین ردیف منگنه می شود .

اگر تعداد محدودیت ها بیش از هشت بود در کارت های بعدی اعداد سمت راست ردیفهای نهم به بعد را منگنه می نمائیم .

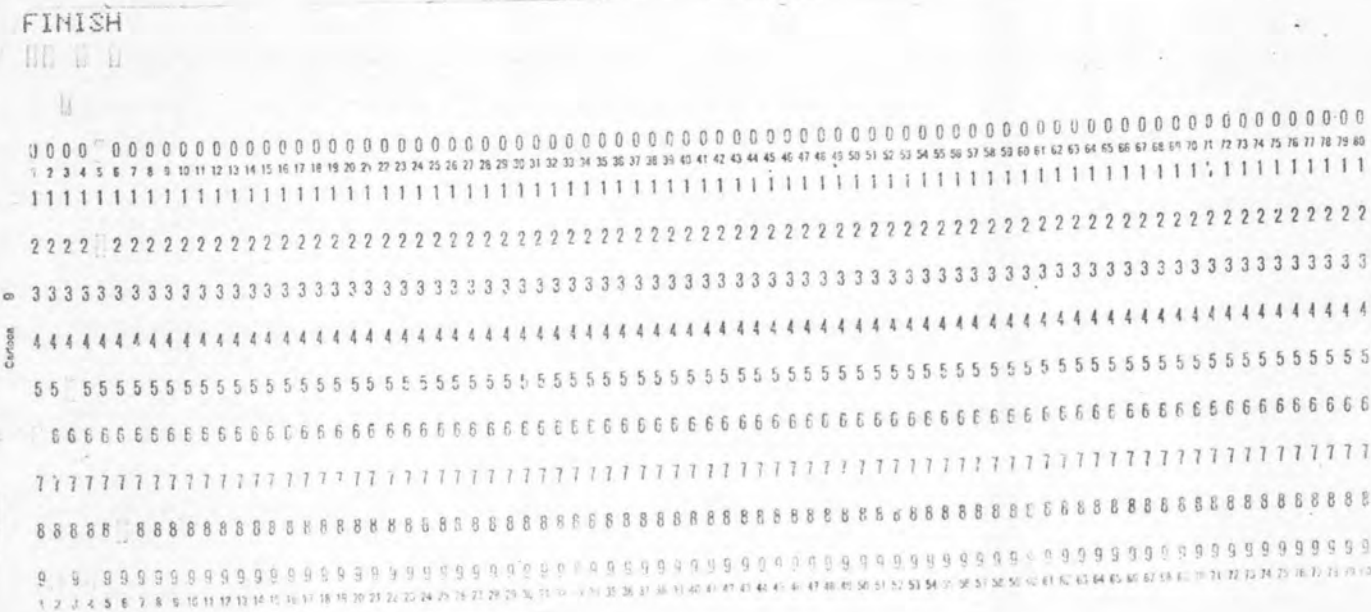
درمثال ماکارتهای سمت‌راست به شـکل زیرخواهند بود :

80.0 70.0 45.0 90.0



(و) کارت پایان

کارت پایان آخرین کارت برنامه می‌باشد که درستون ۶-۱ آن کلمه " FINISH " منگنه شده است .



باید موردی رابه یاد داشت درصورتی که هدفها بطورمجزافرموله شده باشند ممکن است که دویاچند هدف مرتبط بایك مسئله تصمیم گیری داشته‌باشیم . درمثال فوق می توانیم مدل برنامه ریزی هدف رابه شکل زیرفرموله کنیم :

$$\text{(80)} \quad \min: Z = p_1 d_1^- + p_2 d_{11}^+ + 5p_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + p_4 d_1^+$$

$$\text{S.To:} \quad x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$d_{11}^- + d_1^+ - d_{11}^+ = 10$$

معادله چهارم درمدل فوق نشان دهنده هدف مشخصی است که مربوط به کاراضافه کارخانه می باشد . ازآنجائیکه این معادله دارای متغیرانتخـــــاب (choice) نمی باشدنمی توانیم کارتهای قسمت اطلاعات راتهیه کنیم . درچنین مواردی ، باید با d_1^- مانند یك متغیرانتخاب رفتارنمود . بنابراین ، معادلات اول و چهارم مدل رامی توان به شکل زیربیان نمود :

$$\text{(81)} \quad x_1 + x_2 + d_1^- - x_3 = 80$$

$$x_3 + d_{11}^- - d_{11}^+ = 10$$

واضح است که‌بااضافه کردن x_3شکل مدل فوق راتغییر داده‌ایم باایـــن تغییرساده میتوان برنامه کامپیوترراد وباره ایجادکرد .

(ز)کارتهای برنامه ریزی هدف

این قسمت کارتهای برنامه فورترن می باشد که به شکل زیرارائه شده‌انـــد برنامه ذیل قادراست مسائلی که شرایط زیررا داراباشند حل‌نماید .

- تعداد متغیرها شامل متغییرهای انحرافی $\geqslant$ ۱۲۵
- تعداد ردیفها $\geqslant$ ۶۰
- تعداد سطوح اولویتها $\geqslant$ ۱۰

درصورتی که برنامه ای بزرگتر ازگنجایش های فوق بود، بهراحتی میتوان برنامه زیر رابااضافه کردن ابعاد (dimension)آن مورد استفاده قرارداد .

```
      DIMENSION KEPT(60)                                                00000010
      DIMENSION   RHS1(60)                                              00000020
      DIMENSION VALY(60,10)                                             00000030
      DIMENSION Y(60)                                                   00000040
      DIMENSION PRDT(60)                                                00000050
      DIMENSION AMT(60)                                                 00000060
      DIMENSION ZVAL(10)                                                00000070
      DIMENSION C(60,125)                                               00000080
      DIMENSION DOD(60)                                                 00000090
      DIMENSION DUD(125)                                                00000100
      DIMENSION VALX(10,125)                                            00000110
      DIMENSION X(125)                                                  00000120
      DIMENSION RVLX(10,125)                                            00000130
      DIMENSION D(60,125)                                               00000140
C     GOAL PROGRAMMING                                                  00000150
      CALL START(N,M,L,C,VALX,VALY,PRDT,RHS1,KPCK,KEPT,TEST)            00000160
      DO 21 J=1,M                                                       00000170
   21 X(J)=J                                                            00000180
      DO 20 I=1,N                                                       00000190
   20 Y(I)=I                                                            00000200
   15 FORMAT(I3,F12.2)                                                  00000210
   12 FORMAT(10F8.3)                                                    00000220
   13 FORMAT(8F9.0)                                                     00000230
      DO 25 K=1,L                                                       00000240
      DO 25 I=1,N                                                       00000250
      VALY (I,K)=VALX(K,I)                                              00000260
   25 CONTINUE                                                          00000270
      ITAB=0                                                            00000280
C     BRING IN NEW VARIABLE                                             00000290
      ITER=0                                                            00000300
C     CALCULATE NET CONTRIBUTION OF EACH VARIABLE (RVLX(K,J))           00000310
   31 L1=0                                                              00000320
   32 K3=L-L1                                                           00000330
   33 IF(K3-1) 800,40,40                                                00000340
   40 DO 60 K=1,K3                                                      00000350
      DO 60 J=1,M                                                       00000360
```

```
      SUMP=0                                                          00000370
      DO 50 I=I,N                                                     00000380
      P=VALY(I,K)*C(I,J)                                              00000390
      SUMP=SUMP+P                                                     00000400
   50 CONTINUE                                                        00000410
      RVLX(K,J)=SUMP-VALX(K,J)                                        00000420
   60 CONTINUE                                                        00000430
      ITER=ITER+1                                                     00000440
C     BRING IN X(K2)                                                  00000450
      ZMAX=0                                                          00000460
      DO 90 J=1,M                                                     00000470
      IF(K3-L)92,70,70                                                00000480
   92 K4=K3+1                                                         00000490
      DO 91 K=K4,L                                                    00000500
      IF(RVLX(K,J))90,91,91                                           00000510
   91 CONTINUE                                                        00000520
   70 IF(RVLX(K3,J)-ZMAX) 90,90,80                                    00000530
   80 ZMAX=RVLX(K3,J)                                                 00000540
      K2=J                                                            00000550
   90 CONTINUE                                                        00000560
   95 IF(ZMAX) 790,790,100                                            00000570
C     WHICH VARIABLE IS REMOVED FROM THE BASIS                        00000580
C     CALCULATE LIMITING AMT FOR EACH BASIS VARIABLE                  00000590
  100 DO 150 I=I,N                                                    00000600
      IF(PRDT(I)) 110,120,120                                         00000610
  110 WRITE(6,13) PRDT(I)                                             00000620
      GO TO 830                                                       00000630
  120 IF(C(I,K2)) 130,130,140                                         00000640
  130 AMT(I)=-1                                                       00000650
      GO TO 150                                                       00000660
  140 AMT(I)=PRDT(I)/C(I,K2)                                          00000670
  150 CONTINUE                                                        00000680
C     SELECT SMALLEST POSITIVE LIMITING AMT                           00000690
      I=1                                                             00000700
  160 IF(AMT(I)) 170,210,210                                          00000710
  170 I=I+1                                                           00000720
```

```
      IF(I-N) 160,160,180                                              00000730
  180 WRITE(6,13) AMT(N)                                               00000740
      GO TO 830                                                        00000750
  210 ZMIN=AMT(I)                                                      00000760
      K1=I                                                             00000770
  220 I=I+1                                                            00000780
      IF(I-N) 230,230,300                                              00000790
  230 IF(AMT(I)) 220,240,240                                           00000800
  240 IF(ZMIN-AMT(I)) 220,220,210                                      00000810
C     REMOVE Y(K1)                                                     00000820
  300 Y(K1)=X(K2)                                                      00000830
      DO 310 K=1,L                                                     00000840
      VALY(K1,K)=VALX(K,K2)                                            00000850
  310 CONTINUE                                                         00000860
C     CALCULATE NEW RIGHT HAND SIDE                                    00000870
      DO 400 I=1,N                                                     00000880
      PRDT(I)=PRDT(I)-ZMIN*C(I,K2)                                     00000890
  400 CONTINUE                                                         00000900
      PRDT(K1)=ZMIN                                                    00000910
C     CALCULATE NEW SUBSTITUTION RATES                                 00000920
      DO 500 J=1,M                                                     00000930
      DO 500 I=1,N                                                     00000940
      D(I,J)=C(I,J)-C(K1,J)*(C(I,K2)/C(K1,K2))                         00000950
  500 CONTINUE                                                         00000960
      DO 510 J=1,M                                                     00000970
      D(K1,J)=C(K1,J)/C(K1,K2)                                         00000980
  510 CONTINUE                                                         00000990
      DO 520 J=1,M                                                     00001000
      DO 520 I=1,N                                                     00001010
      C(I,J)=D(I,J)                                                    00001020
  520 CONTINUE                                                         00001030
C     WRITE ALL TABLES OR JUST OPTIMAL TABLES                          00001040
      IF(ITAS) 40,40,600                                               00001050
C     WRITE EACH TABLE                                                 00001060
  600 DO 610 I=1,N                                                     00001070
      WRITE(6,13) Y(I),PRDT(I)                                         00001080
```

```
  610  CONTINUE                                                          00001090
       DO 620 I=1,N                                                      00001100
       WRITE(6,12) (C(I,J),J=1,M)                                        00001110
  620  CONTINUE                                                          00001120
       GO TO 40                                                          00001130
C      MOVE TO NEXT LOWER PRIORITY LEVEL                                 00001140
  790  L1=L1+1                                                           00001150
       GO TO 32                                                          00001160
C      WRITE FINAL RESULTS                                               00001170
  800  WRITE(6,1014)ITER                                                 00001180
       WRITE(6,1015)                                                     00001190
 1015  FORMAT(1H1)                                                       00001200
 1014  FORMAT(10X,'ITERATION.............',I5)                           00001210
       WRITE(6,5000)                                                     00001220
 5000  FORMAT(55X,'THE SIMPLEX SOLUTION',25X,'PAGE 05')                  00001230
       WRITE(6,5001)                                                     00001240
 5001  FORMAT(' THE RIGHT HAND SIDE')                                    00001250
  801  DO 810 I=1,N                                                      00001260
       WRITE(6,13) Y(I), PRDT(I)                                         00001270
  810  CONTINUE                                                          00001280
       WRITE(6,5002)                                                     00001290
 5002  FORMAT(' THE SUBSTITUTION RATES')                                 00001300
  811  DO 812 I=1,N                                                      00001310
       WRITE(6,12)(C(I,J),J=1,M)                                         00001320
  812  CONTINUE                                                          00001330
       WRITE(6,5003)                                                     00001340
 5003  FORMAT(' THE ZJ-CJ MATRIX' )                                      00001350
  813  DO 814 K=1,L                                                      00001360
       WRITE(6,12) (RVLX(K,J),J=1,M)                                     00001370
  814  CONTINUE                                                          00001380
C      EVALUATE OBJECTIVE FUNCTION                                       00001390
       DO 820 K=1,L                                                      00001400
       ZVAL(K)=0.                                                        00001410
       DO 820 I=1,N                                                      00001420
       ZVAL(K)=ZVAL(K)+PRDT(I)*VALY(I,K)                                 00001430
  820  CONTINUE                                                          00001440
```

(1Y)

```
      WRITE(6,5004)                                                     00001450
 5004 FORMAT( ' AN EVALUATION OF THE OBJECTIVE FUNCTION')               00001460
      DO 821 K=1,L                                                      00001470
      KK=L-K                                                            00001480
      IF(TEST.EQ.1.0)GO TO 89                                           00001490
      KK=KK+1                                                           00001500
   89 WRITE(6,15) KK,ZVAL(K)                                            00001510
  821 CONTINUE                                                          00001520
      CALL FINISH(RHS1,PROT,VALY,L,KPCK,Y,N,KEPT,TEST)                  00001530
  830 STOP                                                              00001540
      END                                                               00001550
      SUBROUTINE START(NROWS,NVAR,NPRT,C,VALX,VALY,RHS,RHS1,            00001560
     %KPCK,KEPT,TEST)                                                   00001570
C          THE START SUBROUTINE IS DESIGNED TO TAKE INFORMATION         00001580
C          IN A SPECIFIED FORMAT AND TRANSFORM IT INTO A SERIES         00001590
C          OF USABLE MATRICES.                                          00001600
C.....                                                                  00001610
      REAL NEG                                                          00001620
      REAL L                                                            00001630
      NV=125                                                            00001640
      NR=60                                                             00001650
    1 FORMAT(A4,3I3)                                                    00001660
      DATA POS,NEG/'POS ','NEG '/                                       00001670
      DATA DATA/'DATA'/                                                 00001680
      DATA OBJ/'OBJ '/                                                  00001690
      DATA PROB/'PROB'/                                                 00001700
      DATA B /'B'/                                                      00001710
      DATA E,G,L/'E','G','L'/                                           00001720
      DIMENSION RHS(60)                                                 00001730
      DATA RGHT/'RGHT'/                                                 00001740
      DIMENSION VALY(60,10)                                             00001750
      DIMENSION C(60,125),VALX(10,125)                                  00001760
      DIMENSION EQUALS(60),RVLX(10,125)                                 00001770
      DIMENSION KEPT(60)                                                00001780
      DIMENSION RHS1(60)                                                00001790
      TEST=0.0                                                          00001800
```

```
C                                                                       00001810
C                                                                       00001820
C                                                                       00001830
C                                                                       00001840
C         READ THE PROBLEM CARD FOR THE NUMBER OF ROWS,                 00001850
C         VARIABLES,AND                                                 00001860
C.....................................................................  00001870
   10 READ(5,1)ANAME,NROWS,NVAR,NPRT                                    00001880
      LISP=NPRT+1                                                       00001890
      IF(NVAR.LE.0) GO TO 1020                                          00001900
      IF(NPRT.LE.0) GO TO 1020                                          00001910
      IF(NROWS.LE.0) GO TO 1020                                         00001920
      IF(ANAME.NE.PROB) GO TO 901                                       00001930
C                                                                       00001940
C                                                                       00001950
C         READ THE SIGN CARD                                            00001960
C         IT WILL CONTAIN ONE OF THE FOLLOWING LETTERS FOR EACH ROW     00001970
C         FOR EQUAL                          E                        00001980
C         FOR LESS THAN OR EQUAL TO          L                        00001990
C         FOR GREATER THAN OR EQUAL TO       G                        00002000
C         FOR BOTH DEVIATIONS                B                        00002010
C.....................................................................  00002020
      READ(5,11)(EQUALS(I),I=1,NROWS)                                   00002030
   11 FORMAT(80A1)                                                      00002040
C                                                                       00002050
C                                                                       00002060
      NART=0                                                            00002070
C         COUNT THE NUMBER OF POSITIVE SLACK VARIABLE                   00002080
C.....................................................................  00002090
      NFLDS=0                                                           00002100
      DO 12 I=1,NROWS                                                   00002110
      IF(EQUALS(I).EQ.B)NFLDS=NFLDS+1                                   00002120
   12 IF(EQUALS(I).EQ.G)NFLDS=NFLDS+1                                   00002130
C                                                                       00002140
C                                                                       00002150
C         TEST FOR SIZE
```

```
C.....                                                              00002160
      NSIZE=NFLDS+NROWS+NVAR                                        00002170
      IF(NROWS.GT.NR) GO TO 911                                     00002180
      IF(NSIZE.GT.NV) GO TO 911                                     00002190
C                                                                   00002200
C                                                                   00002210
C                                                                   00002220
C           CLEAR ALL MATRICES                                      00002230
C.....                                                              00002240
      KDUD=NPRT+1                                                   00002250
      DO 16 J=1,NSIZE                                               00002260
      DO 16 I=1,NROWS                                               00002270
      KEPT(I)=0                                                     00002280
      IF(I.GT.KDUD) GO TO 17                                        00002290
      K=I                                                           00002300
      RVLX(K,J)=0.0                                                 00002310
      VALX(K,J)=0.0                                                 00002320
   17 IF(I.EQ.J) C(I,J)=1.0                                         00002330
      VALY(I,K)=0.0                                                 00002340
      IF(I.NE.J) C(I,J)=0.0                                         00002350
   16 CONTINUE                                                      00002360
      KPCK=0                                                        00002370
      K=KDUD                                                        00002380
C                                                                   00002390
C                                                                   00002400
C           ADJUST THE SLACK VARIABLES AND OBJECTIVE FUNCTION       00002410
C           TO MEET THE REQUIREMENTS OF THE SIGN                    00002420
C.....                                                              00002430
      DO 13 I=1,NROWS                                               00002440
      IF(EQUALS(I).EQ.E) GO TO 14                                   00002450
```

```
      IF(EQUALS(I).EQ.G) GO TO 15                                    00002460
      IF(EQUALS(I).EQ.L) GO TO 13                                    00002470
      IF(EQUALS(I).EQ.B) GO TO 18                                    00002480
      GO TO 910                                                      00002490
   14 J=I                                                            00002500
      VALX(K,J)=1.0                                                  00002510
      NART=NART+1                                                    00002520
      TEST=1.0                                                       00002530
      GO TO 13                                                       00002540
   15 KPCK=KPCK+1                                                    00002550
      J=NROWS+KPCK                                                   00002560
      C(I,J)=-1.0                                                    00002570
      KEPT(I)=J                                                      00002580
      J=I                                                            00002590
      VALX(K,J)=1.                                                   00002600
      NART=NART+1                                                    00002610
      TEST=1.0                                                       00002620
      GO TO 13                                                       00002630
   18 KPCK=KPCK+1                                                    00002640
      J=KPCK+NROWS                                                   00002650
      C(I,J)=-1.0                                                    00002660
      KEPT(I)=J                                                      00002670
   13 CONTINUE                                                       00002680
C                                                                    00002690
C                                                                    00002700
C          READ THE OBJECTIVE FUNCTION                               00002710
C.....                                                               00002720
      READ(5,21)ANAME                                                00002730
   19 I=0                                                            00002740
      IF(ANAME.NE.OBJ) GO TO 920                                     00002750
```

```
      IF(ANAME.EQ.OBJ) GO TO 20                                          00002760
   20 READ(5,21)ANAME,I,M,TEMP                                           00002770
      IF(ANAME.EQ.DATA) GO TO 30                                         00002780
      IF(M.LE.0) GO TO 1022                                              00002790
      K=LISP-M                                                           00002800
   21 FORMAT(A4,2I5,F16.0)                                               00002810
      IF(J.LE.0) GO TO 1022                                              00002820
      IF(K.GT.NPRT) GO TO 1024                                           00002830
      IF(ANAME.EQ.NEG) GO TO 26                                          00002840
      IF(ANAME.EQ.POS) GO TO 25                                          00002850
      GO TO 27                                                           00002860
   26 J=I                                                                00002870
      VALX(K,J)=TEMP                                                     00002880
      GO TO 20                                                           00002890
   25 J=KEPT(I)                                                          00002900
      IF (KEPT(I).EQ.0) GO TO 1026                                       00002910
      VALX(K,J)=TEMP                                                     00002920
      GO TO 20                                                           00002930
   27 IF(TEMP)926,20,926                                                 00002940
C                                                                        00002950
C                                                                        00002960
C                                                                        00002970
C        READ THE DATA MATRIX IN                                         00002980
C.....................................................................   00002990
   30 READ(5,21)ANAME,I,J,TEMP                                           00003000
      IF(ANAME.EQ.RGHT) GO TO 40                                         00003010
      IF(I.LE.0) GO TO 1090                                              00003020
      IF(J.EQ.0) GO TO 1090                                              00003030
      J=KPCK+NROWS+J                                                     00003040
      C(I,J)=TEMP                                                        00003050
```

```
      GO TO 30                                                          00003060
C                                                                       00003070
C                                                                       00003080
C           READ THE RIGHT HAND SIDE                                    00003090
C*************************************************************        00003100
   40 READ(5,44)(RHS(I),I=1,NROWS)                                      00003110
   44 FORMAT(8F10.0)                                                    00003120
C                                                                       00003130
C                                                                       00003140
C           WRITE THE ABOVE RESULTS                                     00003150
C*************************************************************        00003160
      WRITE(6,5015)                                                     00003170
 5015 FORMAT(55X,'THE RIGHT HAND SIDE-INPUT',33X,'PAGE 01')             00003180
      DO 41 I=1,NROWS                                                   00003190
      IF(RHS(I))41,42,43                                                00003200
   42 RHS(I)=.00001                                                     00003210
   43 RHSI(I)=RHS(I)                                                    00003220
      WRITE(6,1111)I,RHS(I)                                             00003230
 1111 FORMAT(10X,I3,2X,F15.5 )                                          00003240
   41 CONTINUE                                                          00003250
      WRITE(6,620)                                                      00003260
  620 FORMAT(1H1)                                                       00003270
      WRITE(6,5016)                                                     00003280
 5016 FORMAT(55X,'THE SUBSTITUTION RATES-INPUT',18X,'PAGE 02')          00003290
      DO 1112 I=1,NROWS                                                 00003300
      WRITE(6,2519) I                                                   00003310
 2519 FORMAT(1X,'ROW',I5)                                               00003320
 1112 WRITE(6,1113)(C(I,J),J=1,NSIZE)                                   00003330
 1113 FORMAT(10F8.3)                                                    00003340
      WRITE(6,620)                                                      00003350
```

```
      WRITE(6,5017)                                                          00003360
 5017 FORMAT(55X,'THE OBJECTIVE FUNCTION-INPUT',19X,'PAGE 03')               00003370
      DO 1114 K=1,NPRT                                                       00003380
      M=LISP-K                                                               00003390
      WRITE(6,2150) M                                                        00003400
 2150 FORMAT(' PRIORITY',I5)                                                 00003410
 1114 WRITE(6,1113)(VALX(K,J),J=1,NSIZE)                                     00003420
      WRITE(6,620)                                                           00003430
      WRITE(6,5018)                                                          00003440
 5018 FORMAT(55X,'SUMMARY OF INPUT INFORMATION ',19X,'PAGE',' 04')           00003450
      NVAR=NSIZE                                                             00003460
      WRITE(6,2017) NROWS,NVAR,NPRT,NART                                     00003470
 2017 FORMAT(10X,'NUMBER OF ROWS.........',I5,/,10X,'NUMBER OF VARIABLES     00003480
     *....'    ,I5,/,10X,'NUMBER OF PRIORITIES...',I5,/,10X,'ADDED PRIOR    00003490
     2ITIES.......',I5)                                                      00003500
      IF(NART.GT.0)   NPRT=NPRT+1                                            00003510
      RETURN                                                                 00003520
  910 WRITE(6,914)                                                           00003530
 9140FORMAT('PROGRAM CONTAINS AN ERROR EITHER IN THE NUMBER OF ROWS PUN      00003540
     1CHED OR IN THE SIGN CARD.THE VALUE IS SOMETHING OTHER THAN "E","G"     00003550
     2,OR"L"')                                                               00003560
      GO TO 999                                                              00003570
 1090 WRITE (6,1091)                                                         00003580
 1091 FORMAT('   IMPROPER DATA COLUMN OR ROW DEFINITION')                    00003590
      GO TO 999                                                              00003600
  920 WRITE(6,921)                                                           00003610
 9210FORMAT('  AN OBJECTIVE CARD WITH THE VALUE',F16.3,'                    I00003620
     1S FOUND BUT INSTRUCTIONS AS TO WHICH DEVIATION HAS BEEN NEGLECTED.     00003630
     2EXAMINE YOUR DATA ')                                                   00003640
      GO TO 999                                                              00003650
```

```
1020 WRITE (6,1021)                                                     00003660
1021 FORMAT('   NUMBER OF ROWS, VARIABLES, OR PRIORITIES CANNOT BE EQUA00003670
     1L TO ZERO UNDER ANY CIRCUMSTANCES')                               00003680
      GO TO 999                                                         00003690
1022 WRITE (6,1023)                                                     00003700
1023 FORMAT('   COLUMN VALUE OR PRIORITY VALUE IS EQUAL TO OR LESS THAN00003710
     1ZERO          ')                                                 00003720
      GO TO 999                                                         00003730
 911 WRITE(6,912)                                                       00003740
 9120FORMAT(' THE NUMBER OF VARIABLES NEEDED TO COMPUTE THIS PROGRAM IS00003750
     1 TOO GREAT UNDER PRESENT DIMENSIONS.  SEE YOUR PROGRAMMER FOR.ALTE00003760
     2RING THIS RESTRICTION TO MEET YOUR NEEDS')                        00003770
      GO TO 999                                                         00003780
1026  WRITE(6,1027)                                                     00003790
 1027 FORMAT(' ATTEMPT IS MADE TO MINIMIZE NON EXISTANT POSITIVE DEVIATI00003800
     1ON')                                                              00003810
      GO TO 999                                                         00003820
 1024 WRITE(6,1025)                                                     00003830
 1025 FORMAT('  OBJECTIVE FUNCTION PRIORITY EXCEEDS STATED NUMBER OF PRI00003840
     1ORITIES')                                                         00003850
      GO TO 999                                                         00003860
  901 WRITE(6,902)                                                      00003870
  902 FORMAT(' PROBLEM CARD MISSING OR MISPUNCHED')                     00003880
      GO TO 999                                                         00003890
  926 WRITE(6,927)                                                      00003900
  927 FORMAT('  A CARD IN THE OBJECTIVE SECTION DEFINED SOME VALUE FOR T00003910
     1HE OBJECTIVE FUNCTION BUT FAILED TO DEFINE WHETHER THIS WAS TO APP00003920
     2LY TO THE POSITIVE OR NEGATIVE DEVIATION')                        00003930
                                                                        00003940
  941 WRITE(6,942)                                                      00003950
  942 FORMAT('  NEGATIVE VALUES ARE NOT ALLOWED ON THE RIGHT HAND SIDE.
```

```
     1 CORRECT PROBLEM BY MULTIPLYING ENTIRE CONSTRAINT THROUGH BY MINUS00003960
     2 ONE.')                                                          00003970
       GO TO 999                                                       00003980
   999 STOP                                                            00003990
       END                                                             00004000
       SUBROUTINE FINISH(RHS1,RHS,VALY,NPRT,KPCK,Y,NROWS,KEPT,TEST)    00004010
       REAL NEGSLK                                                     00004020
       DIMENSION VALY(60,10)                                           00004030
       DIMENSION ZVAL(10)                                              00004040
       DIMENSION RHS(60)                                               00004050
       DIMENSION KEPT(60)                                              00004060
       DIMENSION Y(60),RHS1(60)                                        00004070
C        RHS1 IS THE RESERVED VECTOR OF RHS VALUES FROM THE BEGINNING.  00004080
C        THE ENDING RHS VALUES ARE SUBTRACTED FROM THE BEGINNING ONES   00004090
C        AND THE RESULT IS PLACED INTO THE APPROPRIATE SLACK COLUMN.    00004100
C        THE REMAINDER OF THE VALUES ARE PRINTED ON PAGE TWO OF THE RE  00004110
C        SULTS.                                                         00004120
C                                                                       00004130
C                                                                       00004140
C       SLACK ANALYSIS                                                  00004150
C                                                                       00004160
       WRITE(6,21)                                                     00004170
    21 FORMAT(1H1,120X,'PAGE 06'//,50X,'SLACK ANALYSIS')               00004180
     1 FORMAT(////)                                                    00004190
       WRITE(6,1)                                                      00004200
       WRITE(6,3)                                                      00004210
     3 FORMAT(10X,'ROW',6X,'AVAILABLE',12X,'POS-SLK',12X'NEG-SLK')     00004220
       WRITE(6,1)                                                      00004230
       DO 19 I=1,NROWS                                                 00004240
       NEGSLK=0.0                                                      00004250
       POSSLK=0.0                                                      00004260
       DO 11 J=1,NROWS
```

```
      M=Y(J)                                                                    0000-270
      IF(I-M) 9,10,9                                                            00004280
    9 IF(M-KEPT(I))  11,12,11                                                   00004290
   11 CONTINUE                                                                  00004300
      GO TO 13                                                                  00004310
   10 NEGSLK=RHS(J)                                                             00004320
      GO TO 13                                                                  00004330
   12 POSSLK=RHS(J)                                                             00004340
   13 WRITE(6,14)I,RHS1(I),POSSLK,NEGSLK                                        00004350
   14 FORMAT(10X,I3,3F20.5)                                                     00004360
   19 CONTINUE                                                                  00004370
   43 FORMAT(10X,I3,3X,F15.5)                                                   00004380
C                                                                               00004390
CC    VARIABLE AMOUNTS                                                          00004400
C                                                                               00004410
      WRITE(6,44)                                                               00004420
   44 FORMAT(1H1,120X,'PAGE 07'//,50X,'VARIABLE ANALYSIS')                      00004430
      WRITE(6,45)                                                               00004440
   45 FORMAT(////,7X,'VARIABLE          AMOUNT',//)                            00004450
      DO 41 I=1,NROWS                                                           00004460
      NCHCK=Y(I)-KPCK-NROWS                                                     00004470
      IF(NCHCK)41,41,42                                                         00004480
   42 WRITE(6,43)NCHCK,RHS(I)                                                   00004490
   41 CONTINUE                                                                  00004500
      WRITE(6,72)                                                               00004510
   72 FORMAT(1H1)                                                               00004520
      WRITE(6,50)                                                               00004530
   50 FORMAT(//,55X,'ANALYSIS OF THE OBJECTIVE',23X,'PAGE 08',////,50X,'      00004540
     %PRIORITY',10X,'UNDER-ACHIEVEMENT',/)                                      00004560
      DO 52 K=1,NPRT                                                            00004570
      ZVAL(K)=0.0                                                               00004580
      DO 51 I=1,NROWS                                                           00004590
   51 ZVAL(K)=ZVAL(K)   +VALY(I,K)*RHS(I)                                       00004600
```

```
      LISP=NPRT+1                                                       00004610
      KK=LISP-K                                                         00004620
      IF(TEST.EQ.0.0) GO TO 52                                          00004630
      KK=NPRT-K                                                         00004640
      IF(KK.GT.0) GO TO 52                                              00004650
      WRITE(6,78) ZVAL(K)                                               00004660
   78 FORMAT(/,45X,'ARTIFICIAL',5X,F20.5)                               00004670
      GO TO 77                                                          00004680
   52 WRITE(6,53) KK,ZVAL(K)                                            00004690
   53 FORMAT(1H0,52X,I2,5X,F20.5)                                       00004700
   77 CONTINUE                                                          00004710
      STOP                                                              00004720
      END                                                               00004730
```

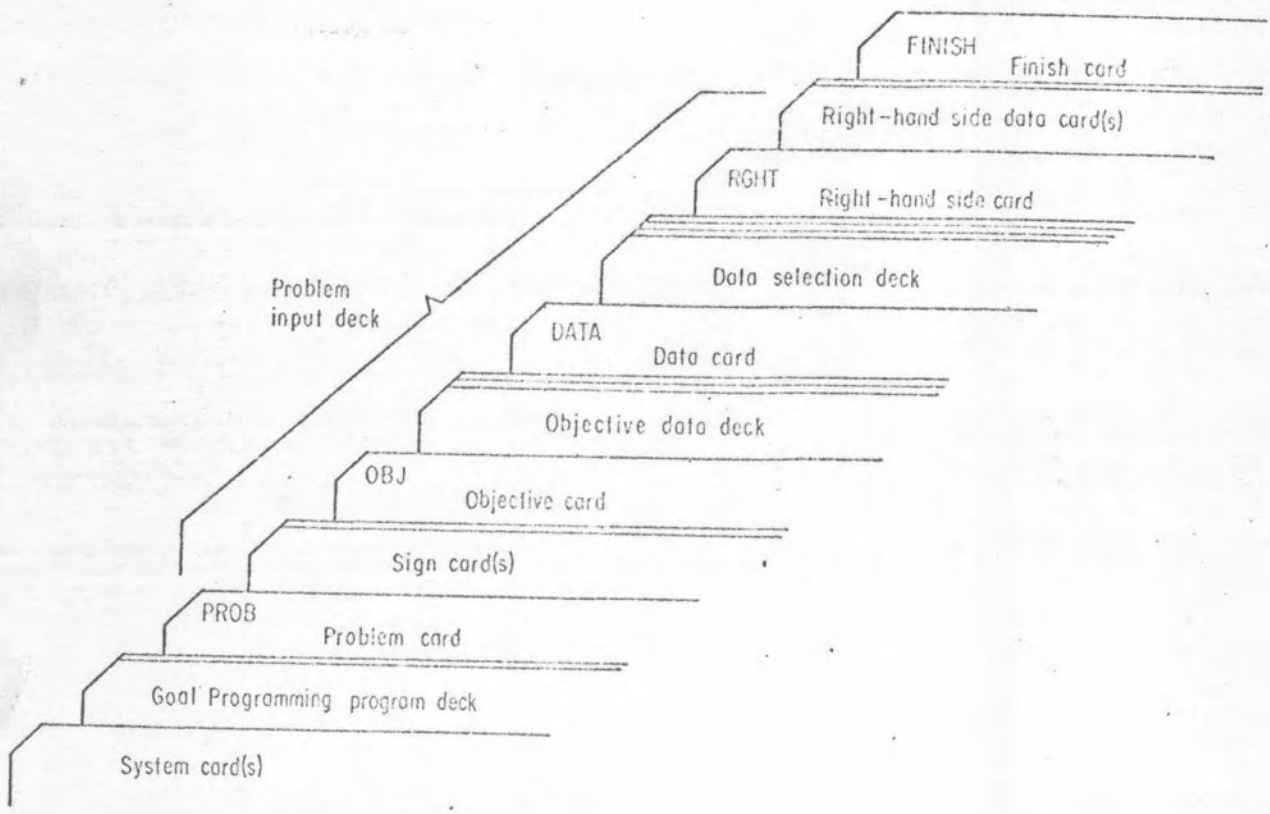
(ح) کارتهای سیستم

کارتهای سیستم باید باتوجه به نوع تسهیلات کامپیوتر مورد استفاده مشخص شوند برای مثال با سیستم (IBM370-OS/VS2) به شکل زیر خواهد بود .

```
//RPBR001A JOB RPB1,FOOLAD,CLASS=A,NOTIFY=RPBR001,MSGCLASS=A          00000010
//   EXEC PGM=IEBGENER                                               00000020
//SYSPRINT DD SYSOUT=A                                               00000030
//SYSUT1 DD DSN=RPBR001.DATA(EXAMPLE1),DISP=SHR                      00000040
//SYSUT2 DD SYSOUT=A                                                 00000050
//SYSIN DD DUMMY                                                     00000060
//   EXEC FORTGCLG,SOUT=A                                            00000070
//FORT.SYSIN  DD DSN=RPBR001.FORT(GOAL),DISP=SHR                     00000080
//GO.FT05F001 DD DSN=RPBR001.DATA(EXAMPLE1),DISP=SHR                 00000090
//GO.FT06F001 DD  SYSOUT=A                                           00000100
/*                                                                   00000110
//                                                                   00000120
```

(ط) ترتیب کامل کارتهای کامپیوتر برای حل برنامه ریزی هدف

ترتیب کامل کامپیوتر (computer deck) در نمودار ۳ (نشان داده شده . . کارتهائی که از PROB شروع شده وقبل از کارت FINISH قرار میگیرند کارتهای داده های مسئله (problem input deck) می باشند که برطبق هرمسئله ای تغییر می یابند .



نمودار (۱۳)

(ی) تجزیه وتحلیل جواب کامپیوتر

برنامه ای که درقسمت قبل ارائه شد مطالب زیررابه عنوان جواب ارائـــه می دهد .

- چاپ کامل اطلاعات داده شده(سمت راست، فرمهای جایگزینی وتابـــع آبژکتیو)
- جدول حل سیمپلکس نهائی (ماتریس $z_j - c_j$ وارزیابی تابع آبژکتیو)
- آنالیزکمکی (slack analysis)
- آنالیزمتغیر (variable analysis)
- آنالیز آبژکتیو (analysis of the objective)

(۱) اطلاعات داده شده (INPUT DATA)

برای کنترل کردن اطلاعات داده شده کامپیوتر اطلاعات ورودی داده ـ شده راچاپ خواهد نمود برای مثال ۱۷ به‌شکل زیرخواهد بود تمام قسمتهای ذیل واضح می باشند ولی باید خاطرنشان کردکه درماتریس های نرخهای جایگزینی وتابع آبژکتیو وچهارستون اول بیانگر متغیرهای انحرافی منفی ، دوستون بعدی بیانگر متغیرهای انحرافی مثبت ودوستون آخر معرف دومتغیرانتخاب می باشند .

80.00000
70.00000
45.00000
90.00000

```
W    1
1.000    0.0      0.0      0.0     -1.000    0.0      1.000    1.000
W    2
0.0      1.000    0.0      0.0      0.0      0.0      1.000    0.0
W    3
0.0      0.0      1.000    0.0      0.0      0.0      0.0      1.000
W    4
0.0      0.0      0.0      1.000    0.0     -1.000    1.000    1.000
```

PRIORITY	4						
0.0	0.0	0.0	0.0	1.000	0.0	0.0	0.0
PRIORITY	3						
0.0	5.000	3.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
PRIORITY	2						
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.000	0.0	0.0
PRIORITY	1						
1.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NUMBER OF ROWS.....	4
NUMBER OF VARIABLES....	8
NUMBER OF PRIORITIES...	4
ADDED PRIORITIES.....	0
ITERATION.....	7

(LAI)

(۲) جواب سیمپلکس نهائی (THE FINAL SIMPLEX SOLUTION)

جواب سیمپلکس نهائی به شکل ماتریس سیمپلکس توسط کامپیوتر چاپ میشود . این جدول برای مواقعی که تجزیه وتحلیل حساسیت پست اپتیمال (postoptimal sensitivity analysis) یا برنامه ریزی هدف پارامتریک (parametric goal programming) مورد لزوم باشد بسیار مفید است .

برای مثال ۱۷ جواب کامپیوتر به شکل زیر خواهد بود :

THE RIGHT HAND SIDE

8.	20.
7.	70.
3.	25.
5.	10.

THE SUBSTITUTION RATES

0.0	-1.000	0.0	1.000	0.0	-1.000	0.0	1.000
0.0	1.000	0.0	0.0	0.0	0.0	1.000	0.0
0.0	1.000	1.000	-1.000	0.0	1.000	0.0	0.0
-1.000	0.0	0.0	1.000	1.000	-1.000	0.0	0.0

THE ZJ-CJ MATRIX

-1.000	0.0	0.0	1.000	0.0	-1.000	0.0	0.0
0.0	-2.000	0.0	-3.000	0.0	3.000	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.000	0.0	0.0
-1.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

AN EVALUATION OF THE OBJECTIVE FUNCTION

4	10.00
3	75.00
2	0.0
1	0.0

جواب فوق رابه شکل زیرمیتوان تفسیر نمود:

الف سمت راست (THE RIGHT- HAND SIDE)

اعدادی که درسمت چپ واقع شده اند شماره متغیرها برای متغیرهای پایه می باشند (برای مثال x_2=متغیر۸ ، x_1=متغیر۷، d_3^-=متغیر ۳ و d_1^+= متغیره) مقادیرطرف چپ بیانگر مقدارمتغیرهای پایه می باشد .

ب ـ نرخهای جایگزینی (THE SUBSTITUTION RATES)

ماتریس نرخهای جایگزینی دوباره براین نظم ایجاد شده که ٤ ستون اول d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^- می باشند دوستون بعد d_1^+ , d_2^+ ودوستون آخر x_1, x_2 می باشد .

ج ـ ماتریس $Z_J - C_J$ (THE $Z_J - C_J$ MATRIX)

معیارسیمپلکس می باشد که ترتیب متغیرهای آن نظم فوق رادارااست

د ـ ارزیابی تابع آبژکتیو (AN EVALUATION OF THE OBJECTIVE FUNCTION)

این ارزیابی به سادگی بیانگر مقادیر z_j برای هدفهامی باشد . به عبارت دیگرمقادیرطرف راست قسمت حصول نشده هدفهارانشان می دهد . واضح است که درمثال فوق دوهدف اول کاملا" حصول شده ولی هدفهای سوم وچهارم بطورناقص حاصل شده اند .

(۳) تجزیه وتحلیل کمکی (THE SLACK ANALYSIS)

تجزیه وتحلیل کمکی بیانگر مقادیر سمت راست وهمچنین مقادیر منفی ومثبت متغیرها برای هرمعادله می باشد . تجزیه‌تحلیل کمکی درمسائل پیچیده وسیله مفیدی است برای بررسی جزئیات حصول هدفها همچنین این تجزیه تحلیل درمواقعی که مدل بیانگر روابط منطقی وشدنی تصمیم گیری نیست خیلی میتواند مورد استفاده قرارگیرد برای مثال ماتجزیه تحلیل کمکی به شکل زیر خواهد بود :

SLACK ANALYSIS

ROW	AVAILABLE	POS-SLK	NEG-SLK
1	80.00000	10.00000	0.0
2	70.00000	0.0	0.0
3	45.00000	0.0	25.00000
4	90.00000	0.0	0.0

٤- تجزیه تحلیل متغیر (VARIABLE ANALYSIS)

تجزیه تحلیل متغیرمقادیر متغیرهای انتخاب پایه رانشان میدهد. در مواقعی خیلی پیچیده باشد تجزیه تحلیل متغیر میتواند خیلی مفید واقع شود. چون اگر بخواهیم ازجدول جواب سیمپلکس نهائی آنهارابدست آوریم کمی بامشکل دچارمیشویم. مقادیر سمت چپ درتجزیه تحلیل متغیرنشان دهنده شماره متغیرانتخاب می باشد (بترتیب x_1, x_2, ...). درمثال ۱۷ تجزیه تحلیل متغیربه شکل زیرخواهد بود.

VARIABLE ANALYSIS

VARIABLE	AMOUNT
2	20.00000
1	70.00000

۵ ـ تجزیه تحلیل آبژکتیو (ANALYSIS OF THE OBJECTIVE)

تجزیه تحلیل آبژکتیو بیانگر مقادیر z_j برای هدفهائی باشد . این مقادیر معرف قسمت حاصل شده هدفها است . اگر مدل احتیاج به منصوب نمودن اولویت های مصنوعی (artificial priority) برای ایجاد جدول اولیه باشد ، اولویت های مصنوعی نیز چاپ خواهند شد برای مثال ۱۷ تجزیه تحلیل آبژکتیو به شکل زیر خواهد بود .

ANALYSIS OF THE OBJECTIVE

PRIORITY	UNDER-ACHIEVEMENT
4	10.00000
3	75.00000
2	0.0
1	0.0

منابع ومـــآخذ

- Blitzer C.R. clark P.B, Taylor L., Economy- wide models and development planning - oxford university press 1975 chs . IX, X .

- Younis , Alfredo sfeir ; Bromley Daniel W. Decision making in Developing countries , multiobjective formulation and evalution methods preager special studies , New York 1974 .

- UNIDO; interregional Seminar , Minsk 1968 , UNited Nation New York, 1971, part I , ch.3.

- Keeney R.L & H. RAIFFA - decisions with multiple objectives preferences and Value Tradeoffs , 1976 , John Wiley & Sons, New York.

- charnes ,A. and cooper, W.W. Management models and industrial applications of linear programming New York, John wiley & sons, Inc . 1961.

- Livingstone John L. Mangement planning and control, mathematical models; 1970, Mc Graw - Hill P.P. 395 - 435.

- Ijiri, yuji management goals and accounting for control chicago: Rand - McNally 1965.

- Dantzig , G.B. linear programming and extension New York McGraw Hill, Inc , 1962 .

- Hadley , G. linear programming reading Mass , Addison - wesley Inc 1962 .

- Teichroew D. An introdoction to mangement science:

Deterministic models New York, John wiley & sons lnc 1964.

- Wagner H. principles of operation research with applications to managerial decisions Englewood cliffs , N.J. prentice-Hall, lnc 1969 .

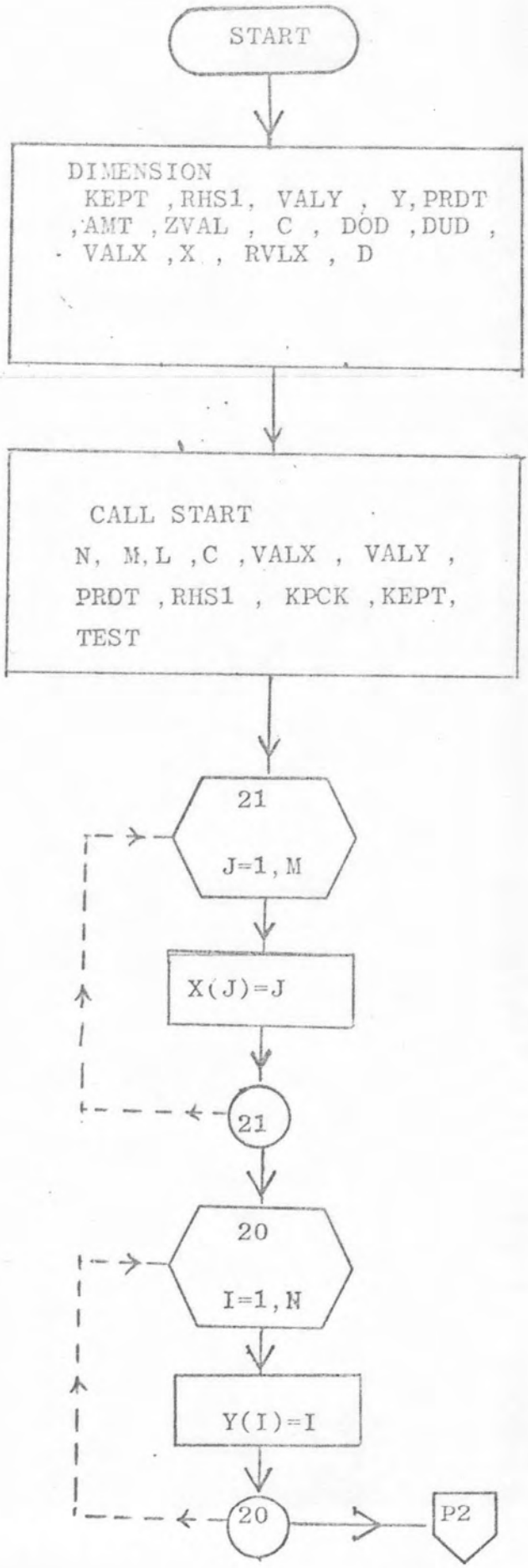
- Lee, sang M. An Aggregative resource allocation model for hospital administration, A paper presented at the third annual meeting of the American lnstitute for decision science , oct . 1971.

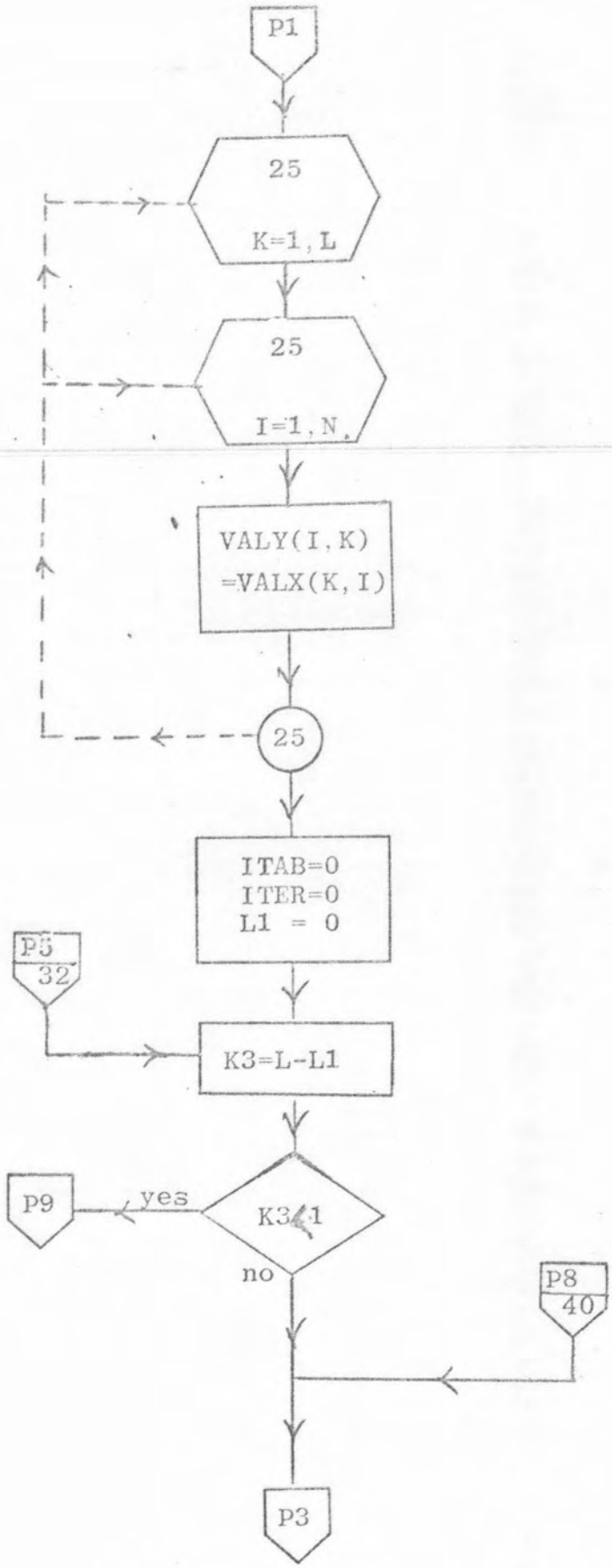
- Lee, sang M, Goal programming for decision analysis , philadelphia, 1972, Auerbach lnc.

- Lee, sang M, and clayton,E . A Gaol programming model for academic resource allocation, management science Vol.18 no, 8 April 1972 P.P. 345 - 408.

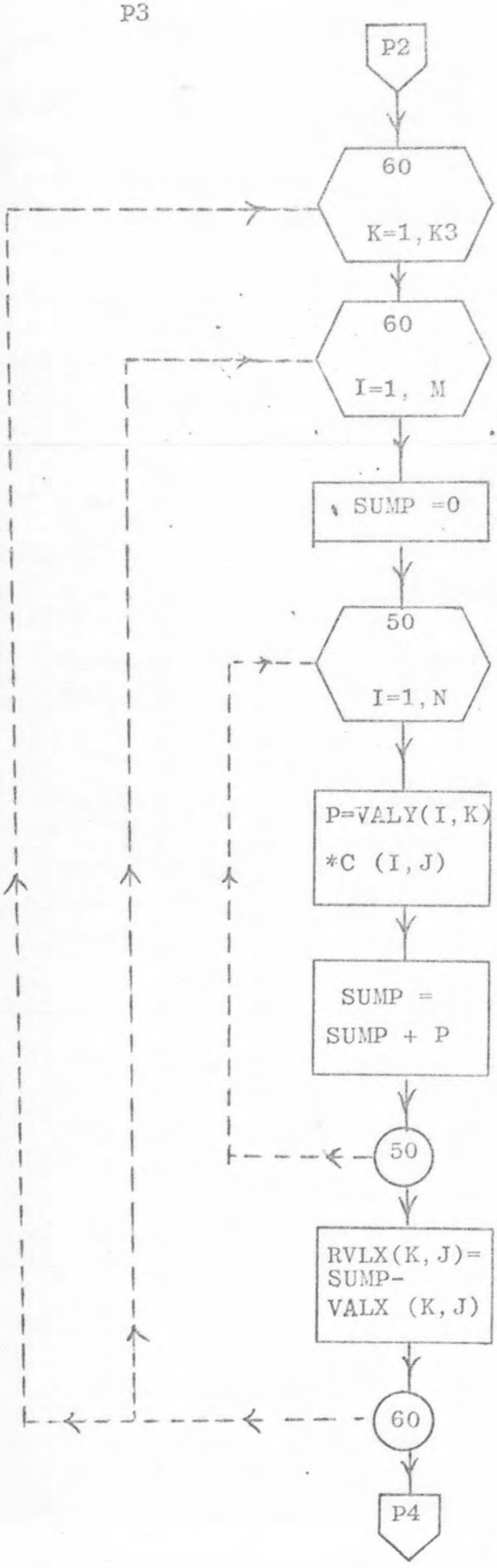
- Lee , sang M. & Lerro , A.& McGinnis,B, optimization of tax switching for commercial Banks, Journal of money, credit and Banking Vol. 3 no. 2 may 1971, p.p. 243 - 303

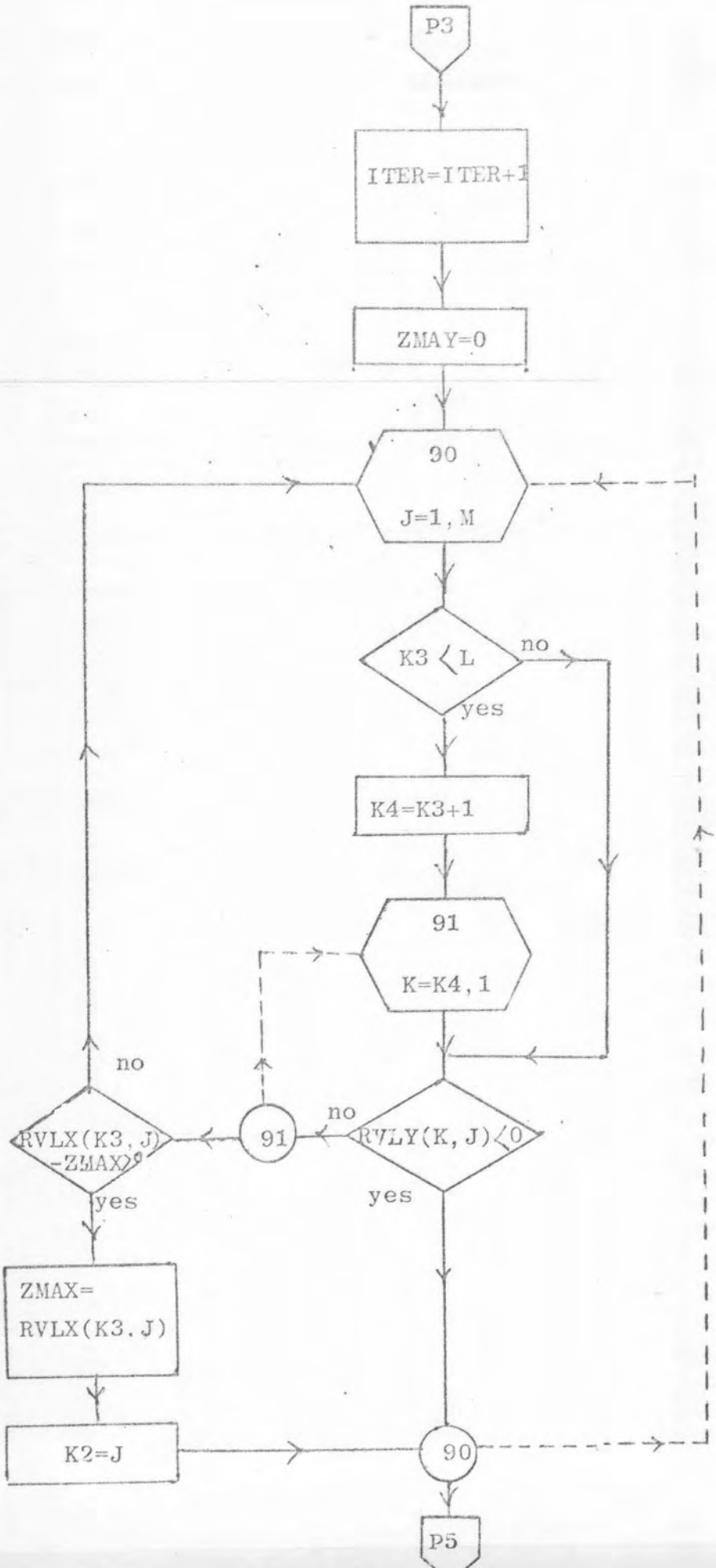
- Lee, sang M. and Sevebeck , william, An aggregative model for municipal economic planning, policy sciences Vol . 2. no, 2 June 1971. pp.qq - 115

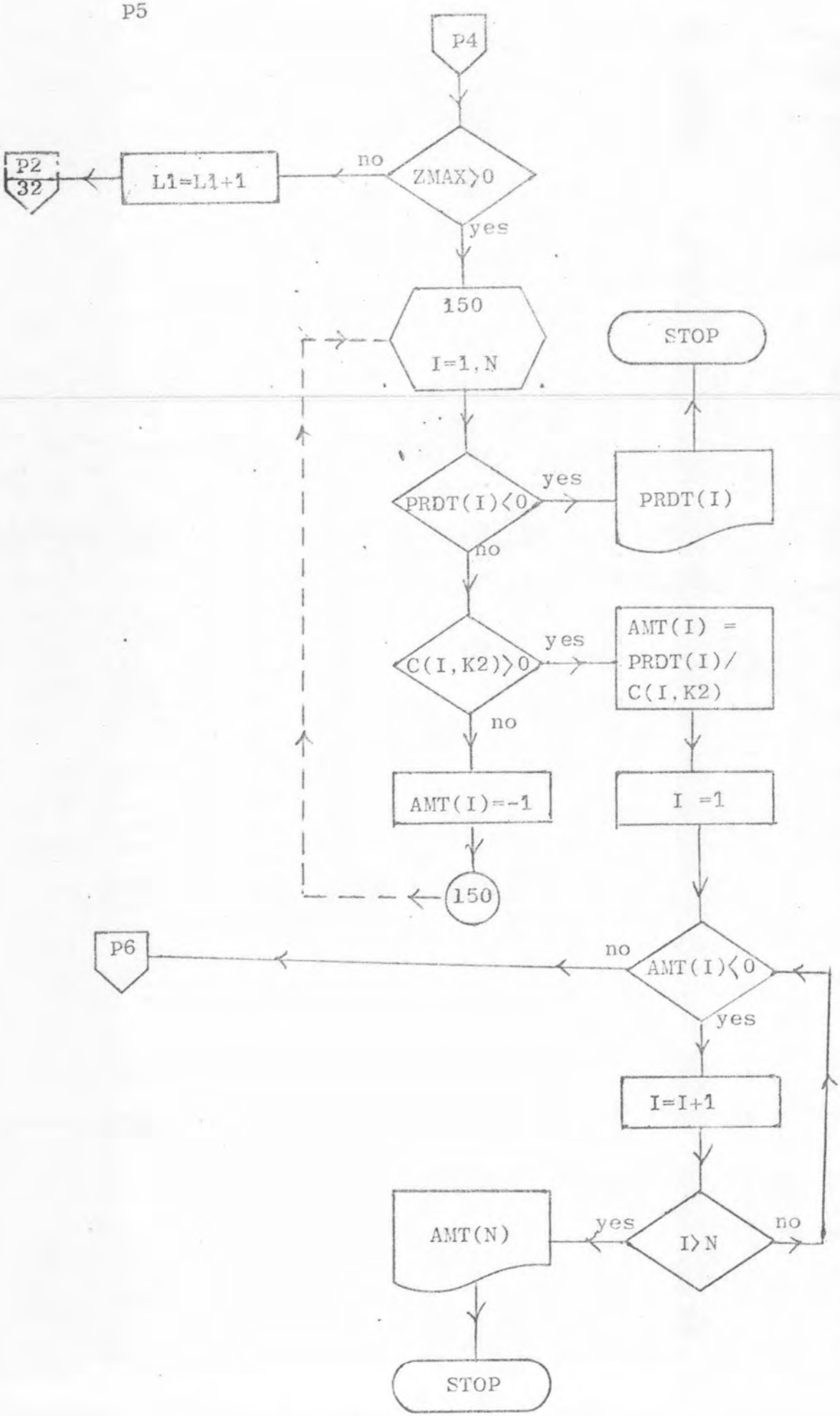

START
DIMENSION
KEPT ,RHS1, VALY , Y,PRDT
,AMT ,ZVAL , C , DOD ,DUD ,
VALX ,X , RVLX , D
CALL START
N, M,L ,C ,VALX , VALY ,
PRDT ,RHS1 , KPCK ,KEPT,
TEST
21
J=1,M
X(J)=J
21
20
I=1,N
Y(I)=I
20
P2

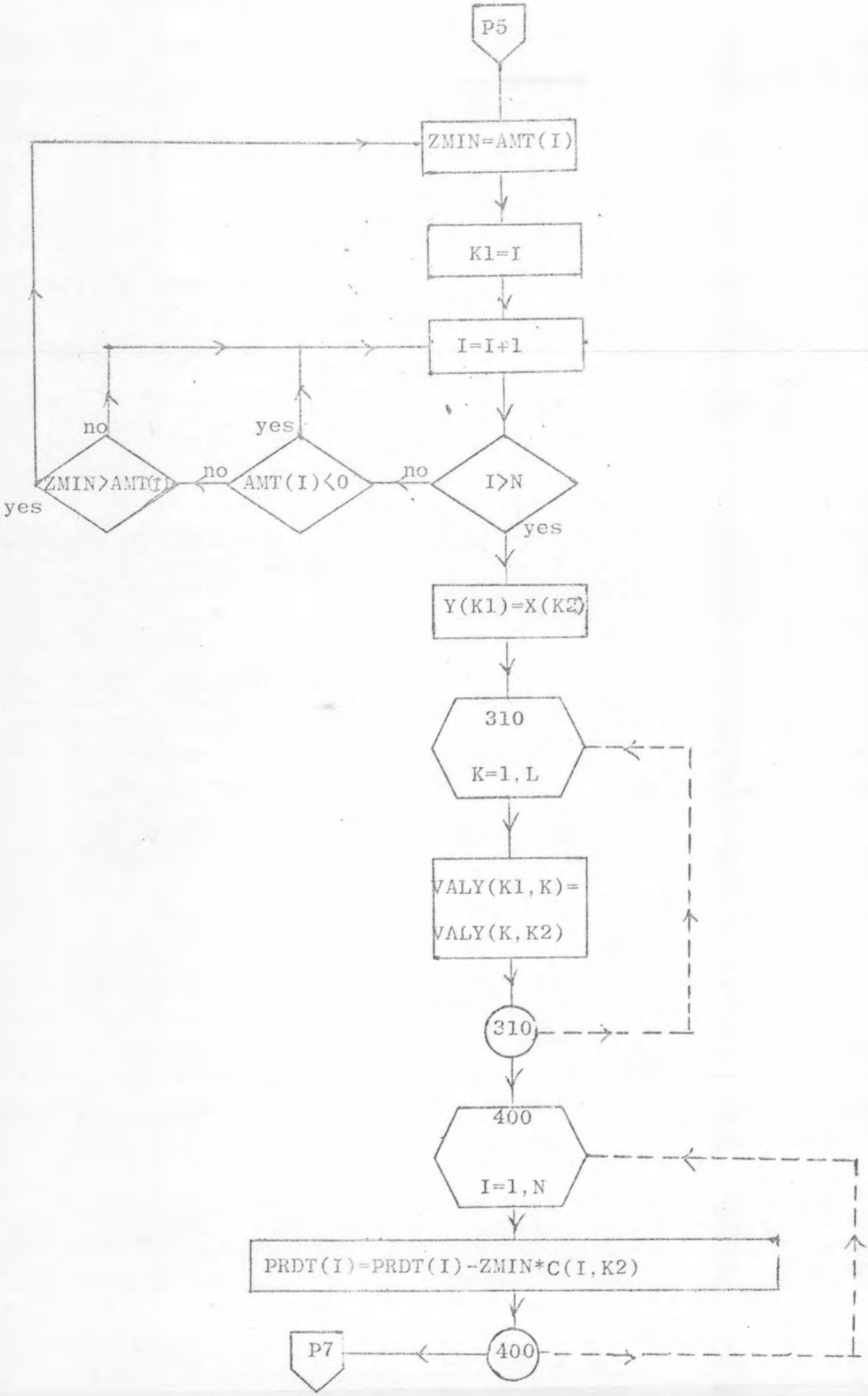

P1
25
K=1, L
25
I=1, N,
VALY(I, K)
=VALX(K, I)
25
ITAB=0
ITER=0
L1 = 0
P5
32
K3=L-L1
P9
yes
K3 .1
no
P8
40
P3

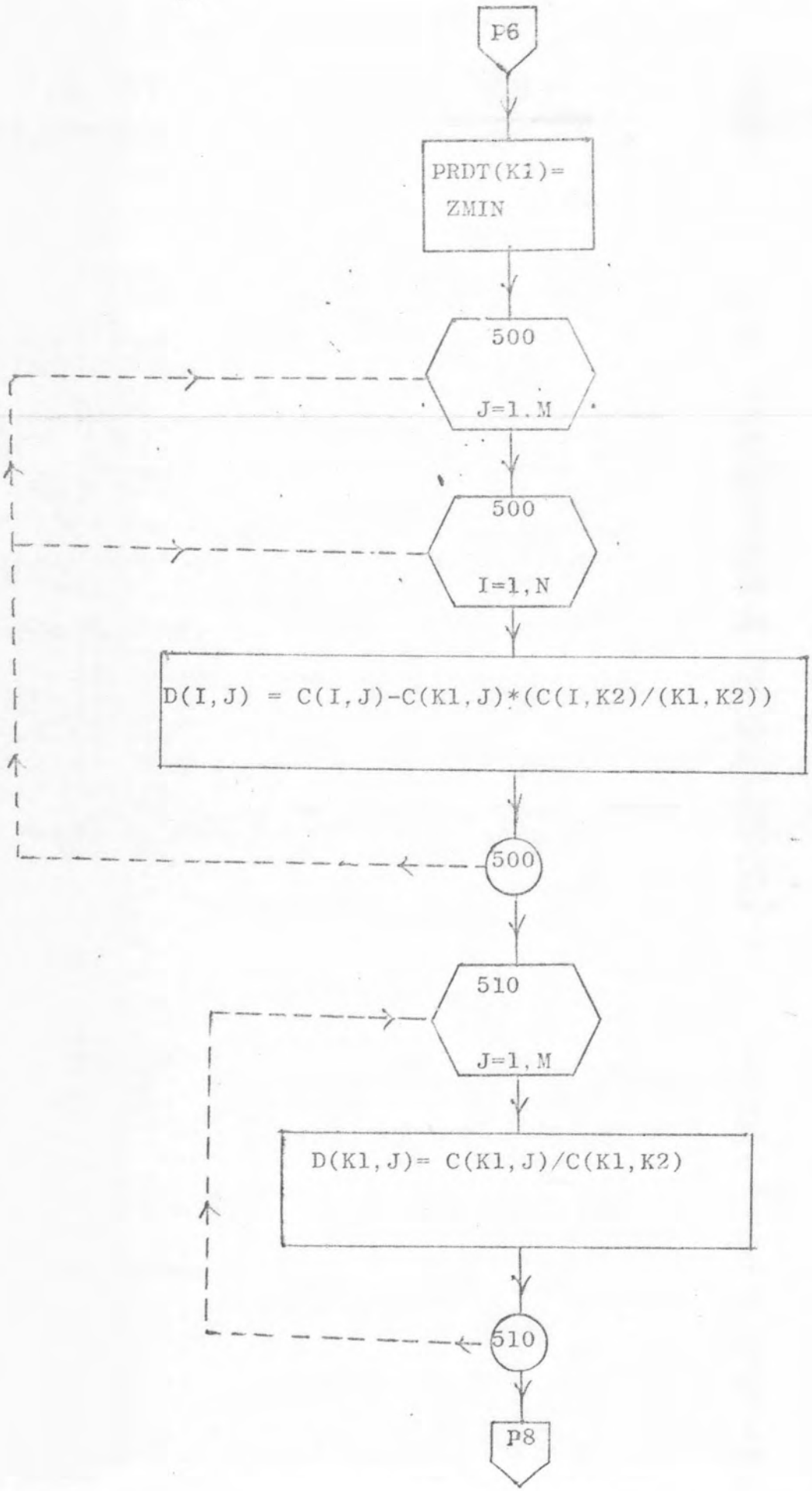
P3

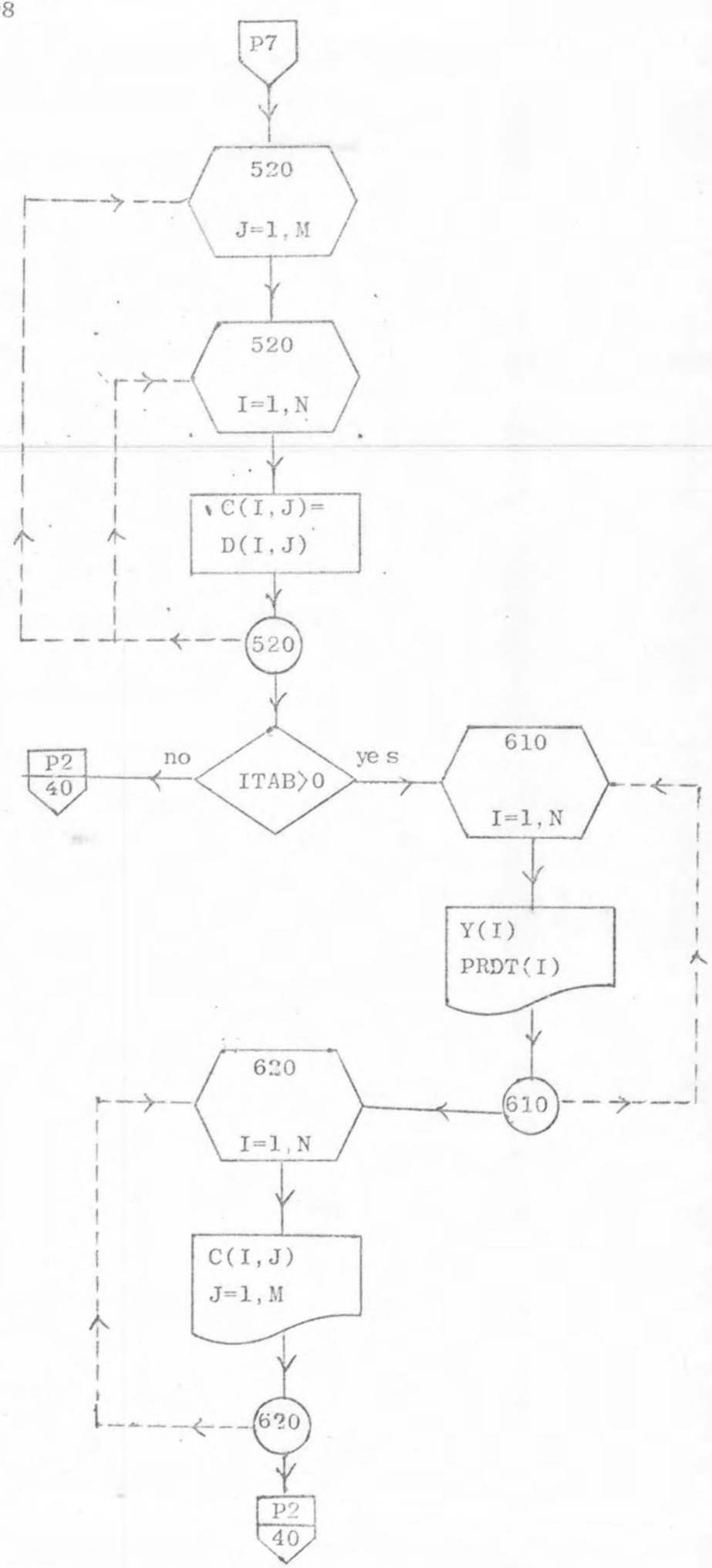

P2
60
K=1, K3
60
I=1, M
SUMP =0
50
I=1, N
P=VALY(I, K)
*C (I, J)
SUMP =
SUMP + P
50
RVLX(K, J)=
SUMP-
VALX (K, J)
60
P4

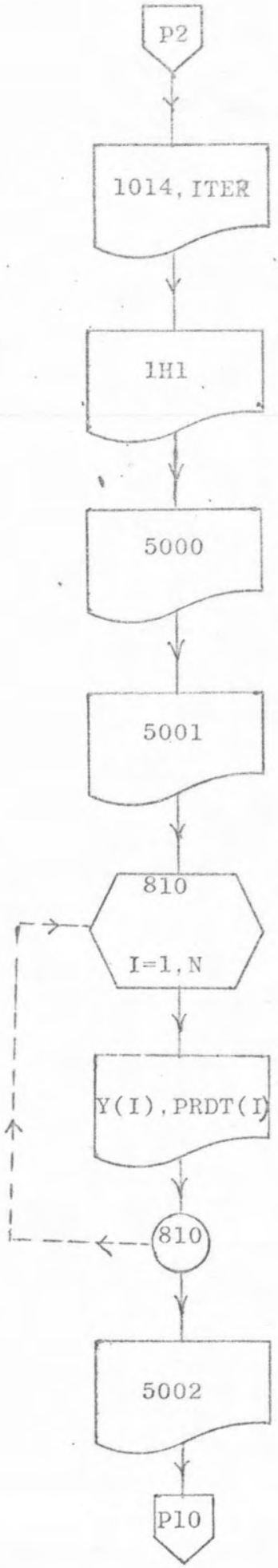

P3
ITER=ITER+1
ZMAY=0
90
J=1, M
K3 < L
no
yes
K4=K3+1
91
K=K4, 1
RVLY(K, J) < 0
no
91
RVLX(K3, J) -ZMAX > 0
no
yes
yes
ZMAX= RVLX(K3, J)
K2=J
90
P5

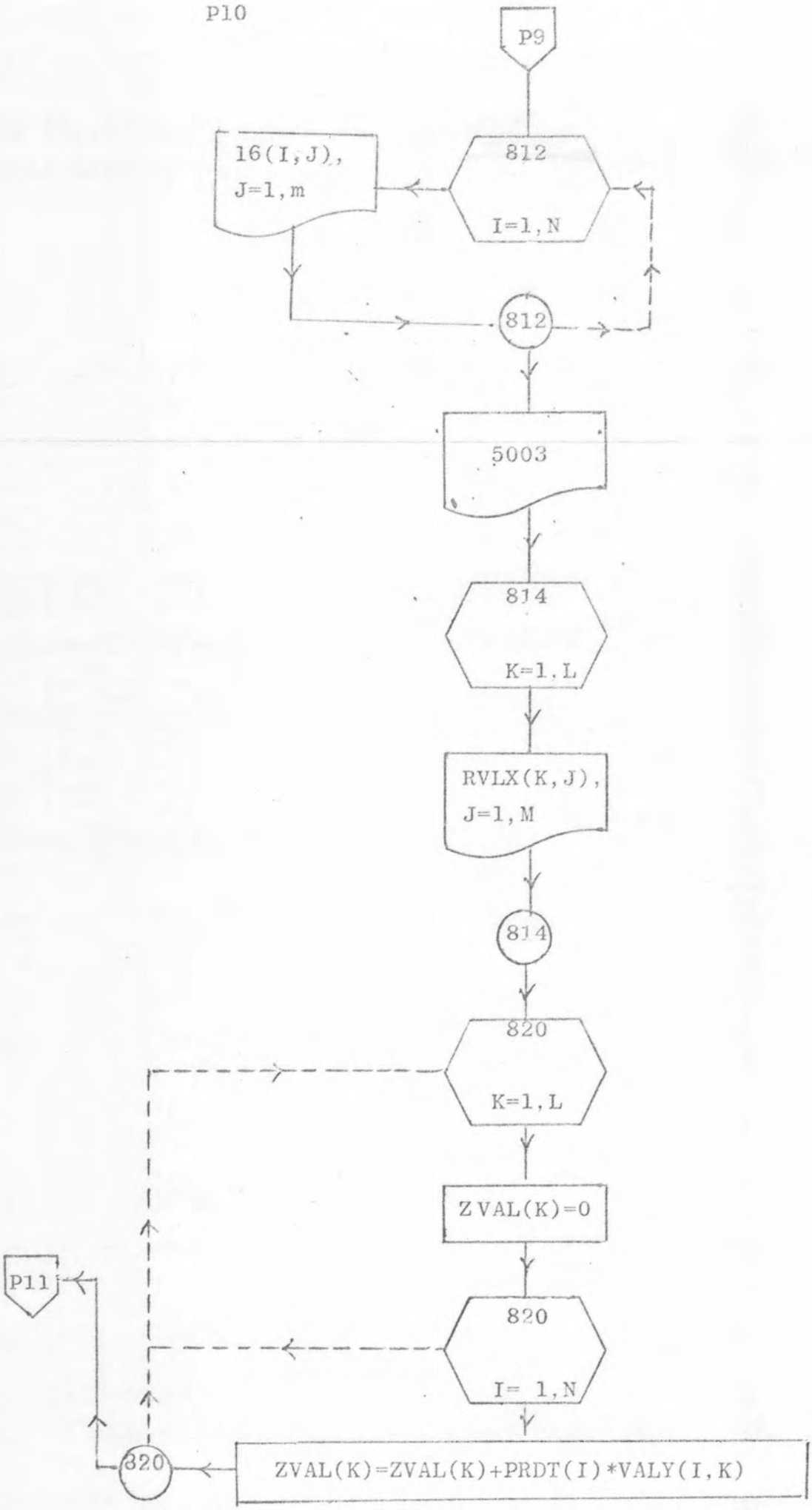

P4
ZMAX>0
no
L1=L1+1
P2
32
yes
150
I=1,N
STOP
PRDT(I)<0
yes
PRDT(I)
no
C(I,K2)>0
yes
AMT(I) =
PRDT(I)/
C(I,K2)
no
AMT(I)=-1
I =1
150
P6
no
AMT(I)<0
yes
I=I+1
AMT(N)
yes
I>N
no
STOP

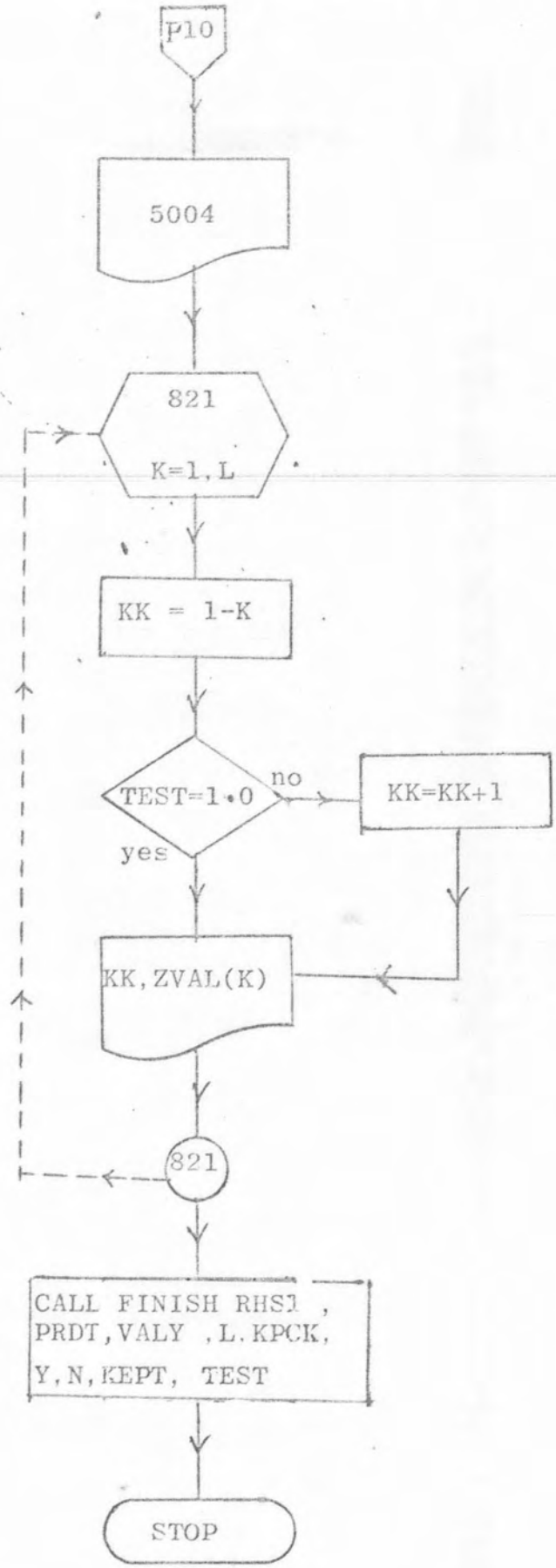

P5
ZMIN=AMT(I)
K1=I
I=I+1
no
yes
ZMIN>AMT(I)
no
AMT(I)<0
no
I>N
yes
yes
Y(K1)=X(K2)
310
K=1,L
VALY(K1,K)=
VALY(K,K2)
310
400
I=1,N
PRDT(I)=PRDT(I)-ZMIN*C(I,K2)
P7
400

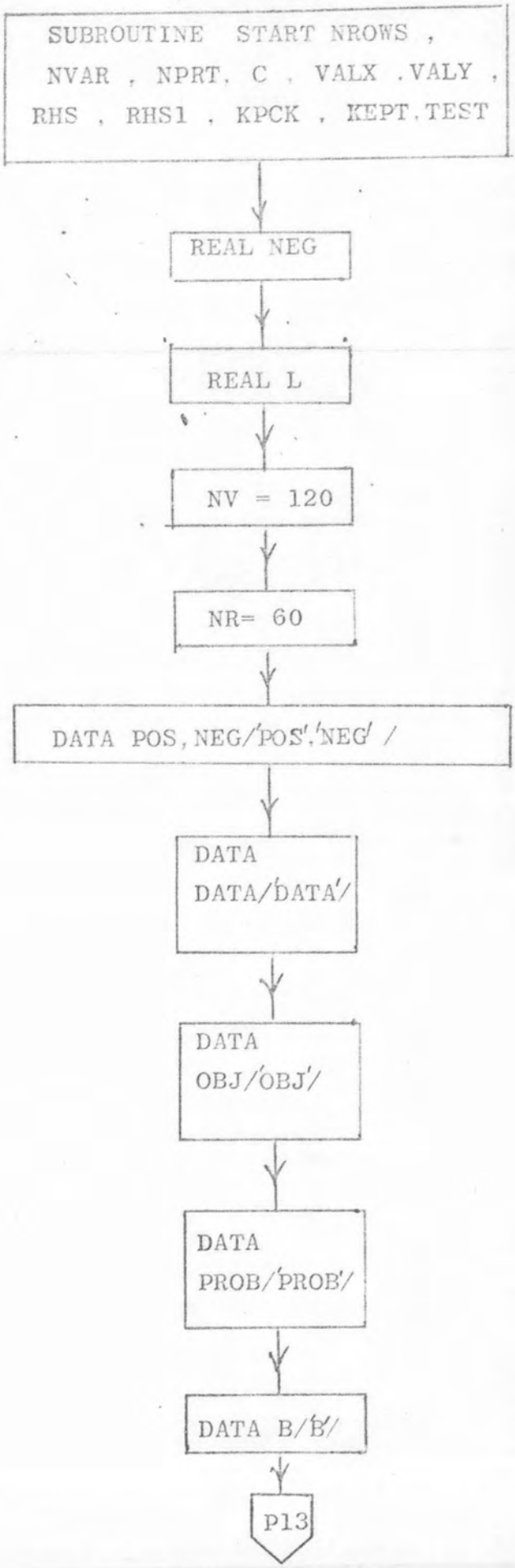

P6
PRDT(K1)=
ZMIN
500
J=1,M
500
I=1,N
D(I,J) = C(I,J)-C(K1,J)*(C(I,K2)/(K1,K2))
500
510
J=1,M
D(K1,J)= C(K1,J)/C(K1,K2)
510
P8

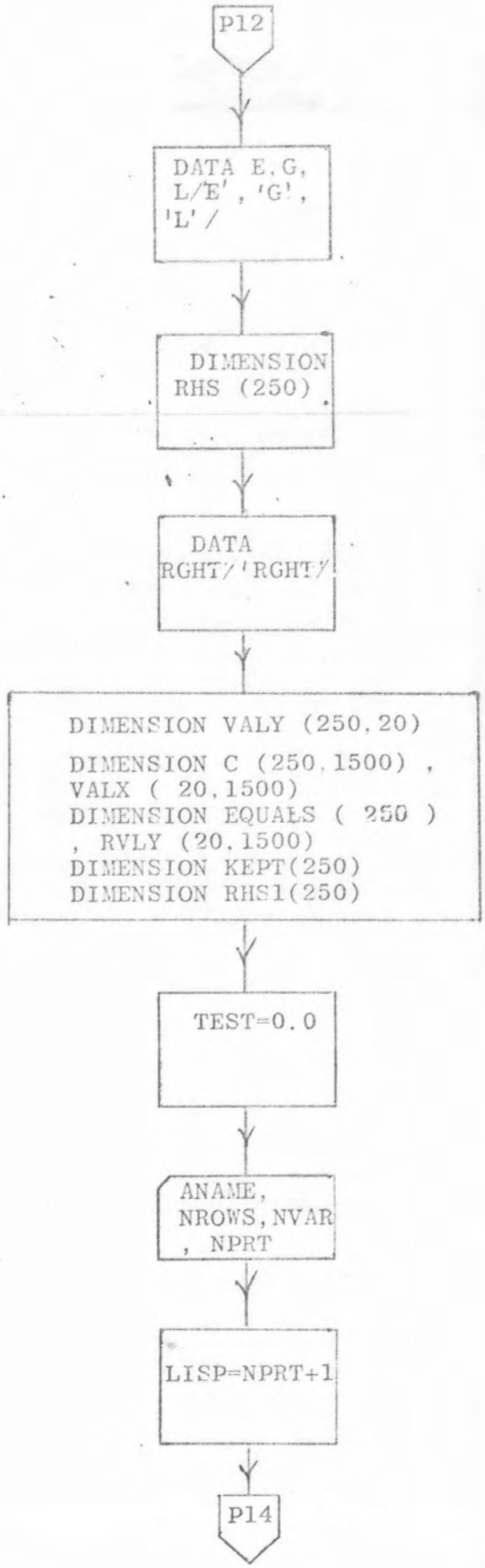

P7
520
J=1, M
520
I=1, N
C(I, J)=
D(I, J)
520
P2
40
no
ITAB>0
yes
610
I=1, N
Y(I)
PRDT(I)
620
I=1, N
610
C(I, J)
J=1, M
620
P2
40

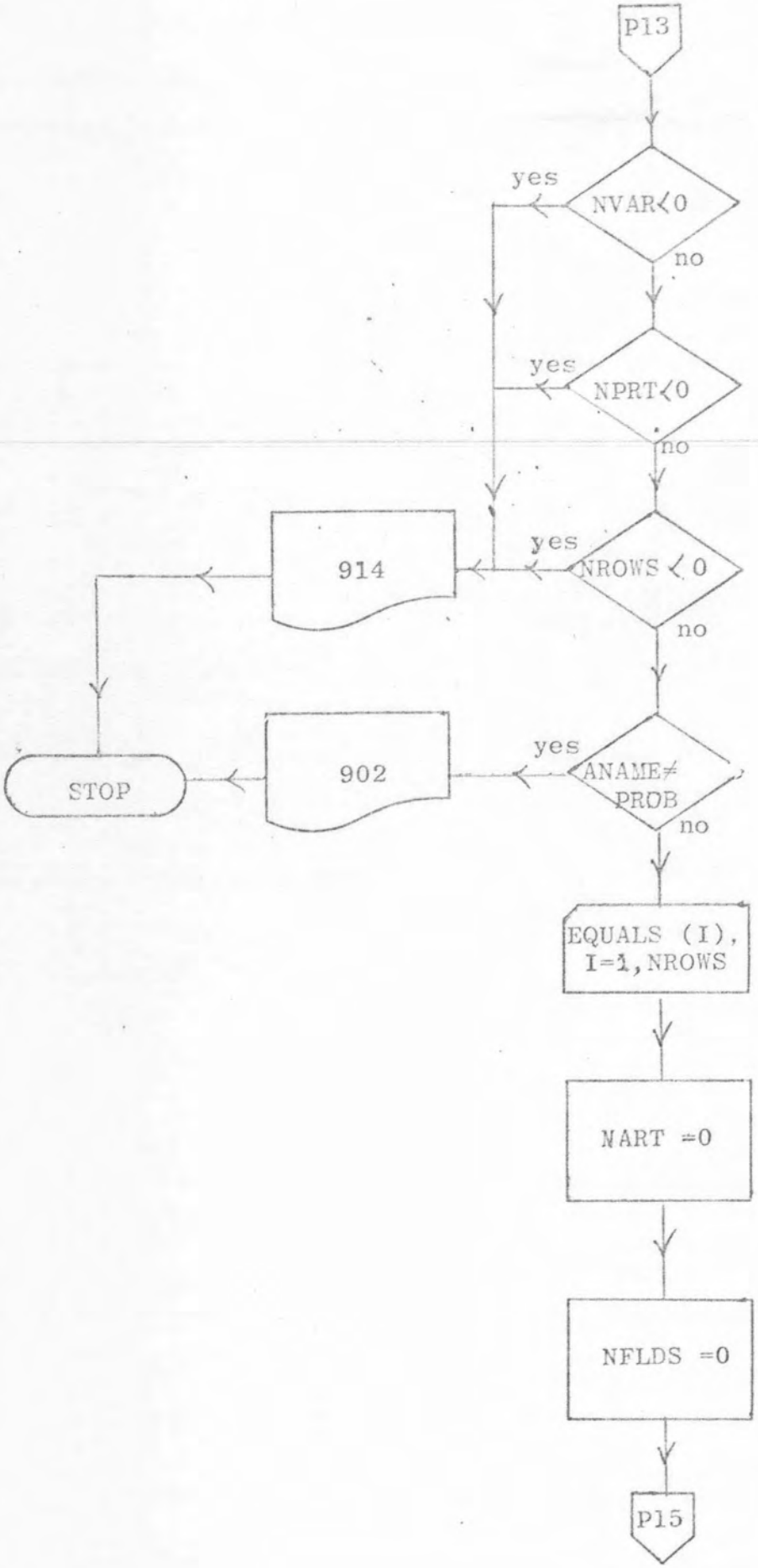

P2
1014, ITER
1H1
5000
5001
810
I=1, N
Y(I), PRDT(I)
810
5002
P10


P10
P9
812
I=1,N
16(I,J),
J=1,m
812
5003
814
K=1,L
RVLX(K,J),
J=1,M
814
820
K=1,L
ZVAL(K)=0
820
I= 1,N
ZVAL(K)=ZVAL(K)+PRDT(I)*VALY(I,K)
320
P11

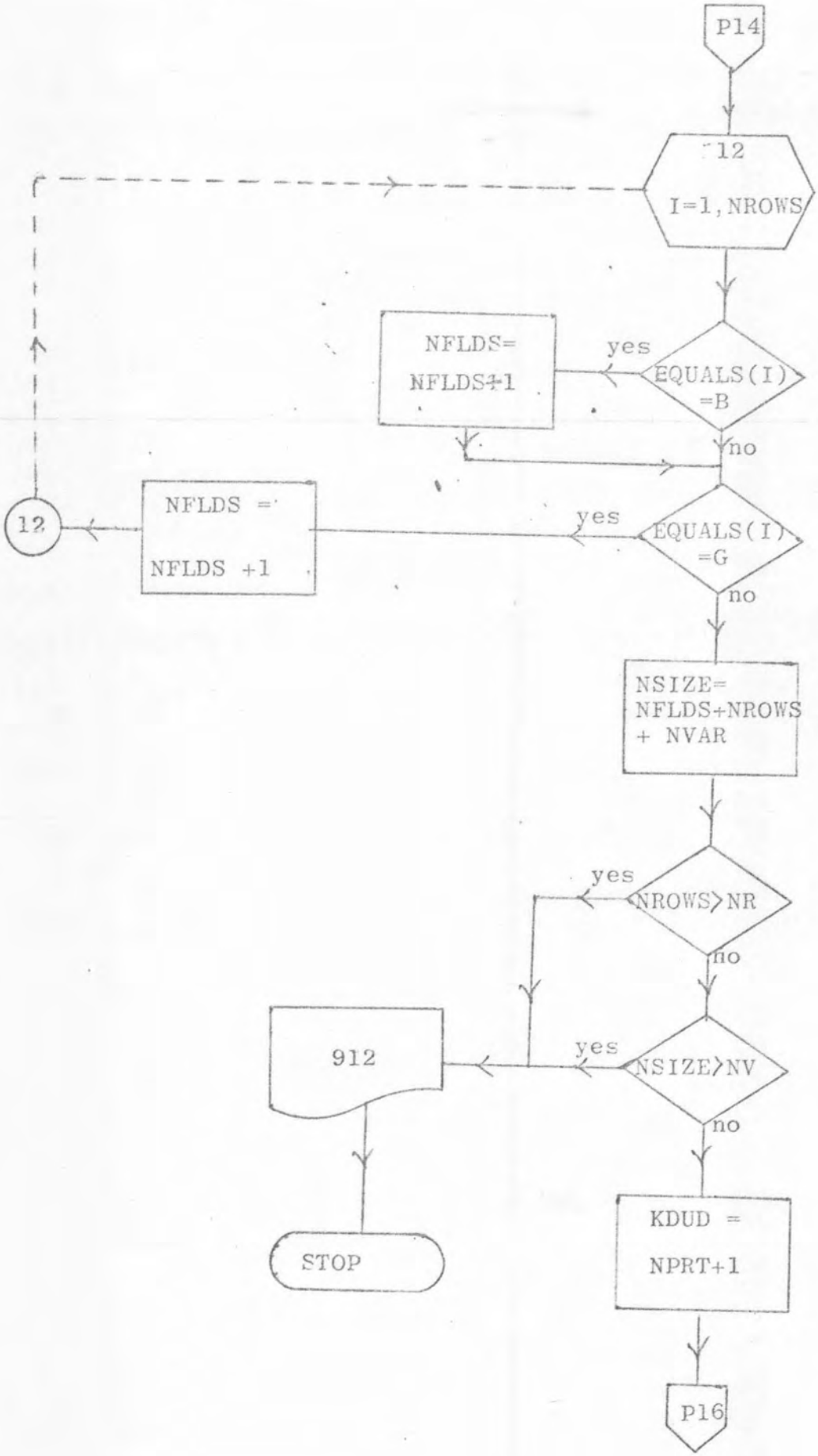

P10
5004
821
K=1, L
KK = 1-K
TEST=1.0
no
KK=KK+1
yes
KK, ZVAL(K)
821
CALL FINISH RHS1 ,
PRDT, VALY , L. KPCK,
Y, N, KEPT, TEST
STOP

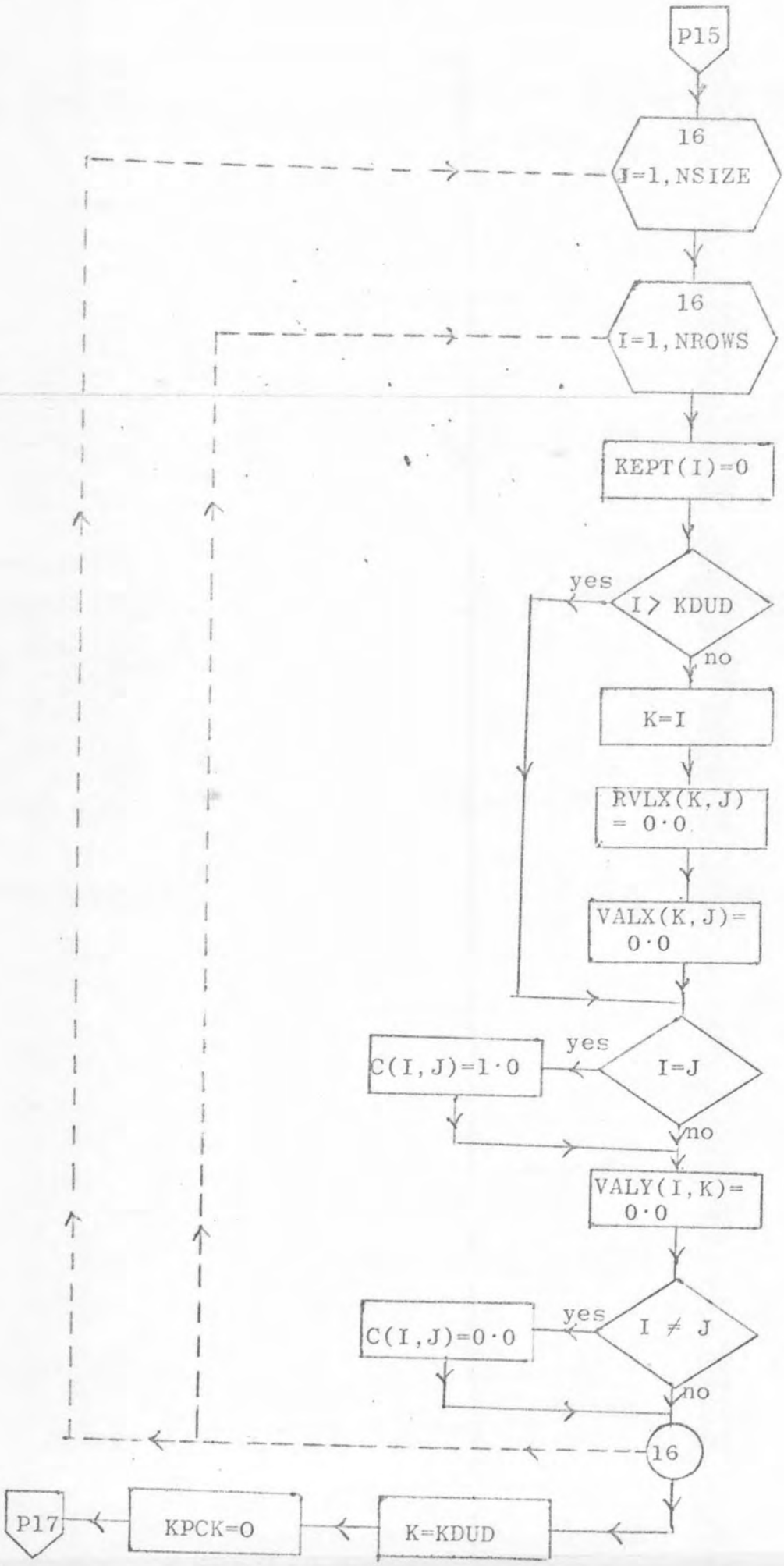

SUBROUTINE START NROWS , NVAR , NPRT, C , VALX .VALY , RHS , RHS1 , KPCK , KEPT.TEST
REAL NEG
REAL L
NV = 120
NR= 60
DATA POS, NEG/'POS','NEG' /
DATA DATA/'DATA'/
DATA OBJ/'OBJ'/
DATA PROB/'PROB'/
DATA B/'B'/
P13

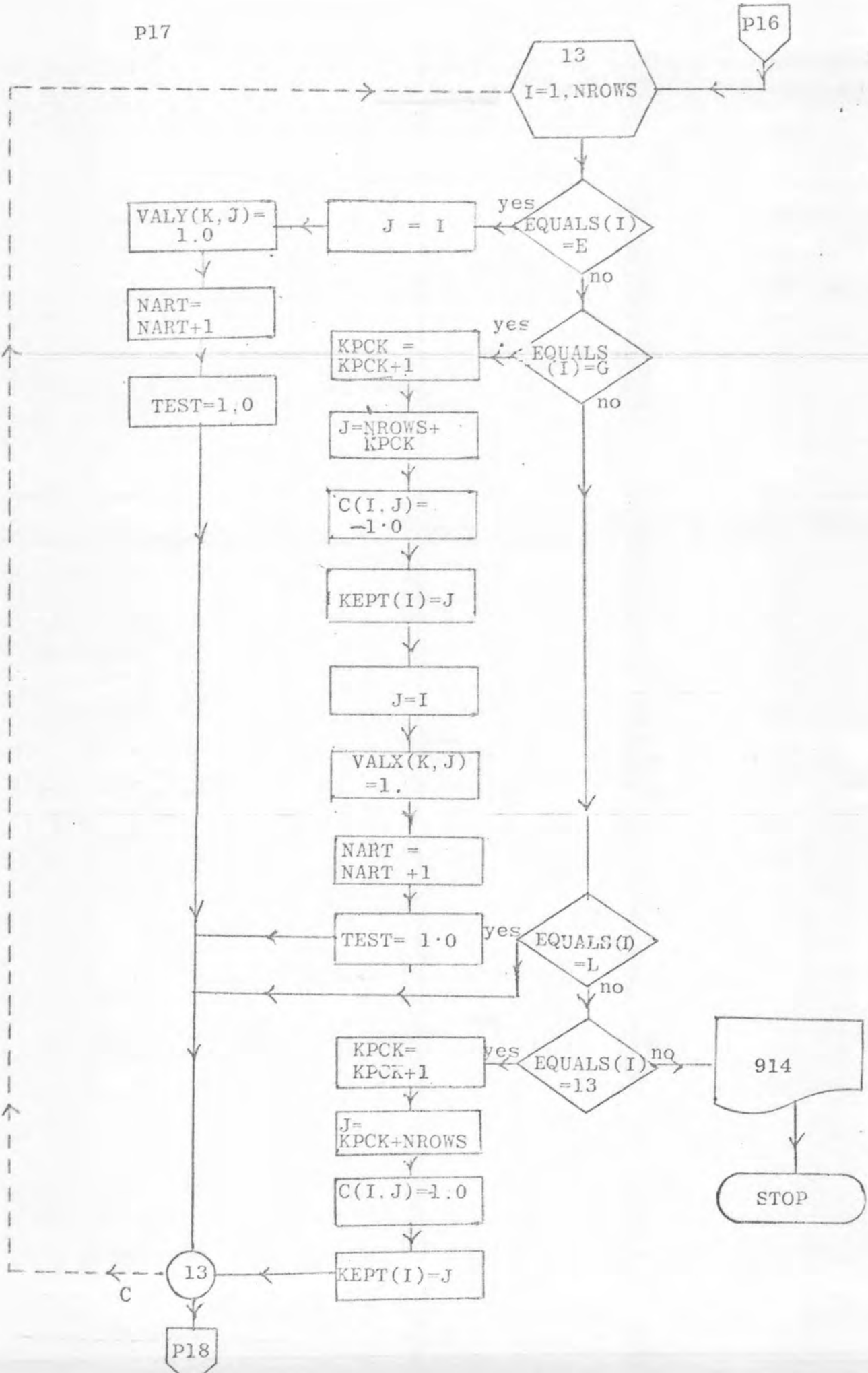

P12
DATA E,G,
L/'E', 'G',
'L'/
DIMENSION
RHS (250)
DATA
RGHT/'RGHT'/
DIMENSION VALY (250,20)
DIMENSION C (250,1500) ,
VALX (20,1500)
DIMENSION EQUALS (250)
, RVLY (20,1500)
DIMENSION KEPT(250)
DIMENSION RHS1(250)
TEST=0.0
ANAME,
NROWS,NVAR
, NPRT
LISP=NPRT+1
P14

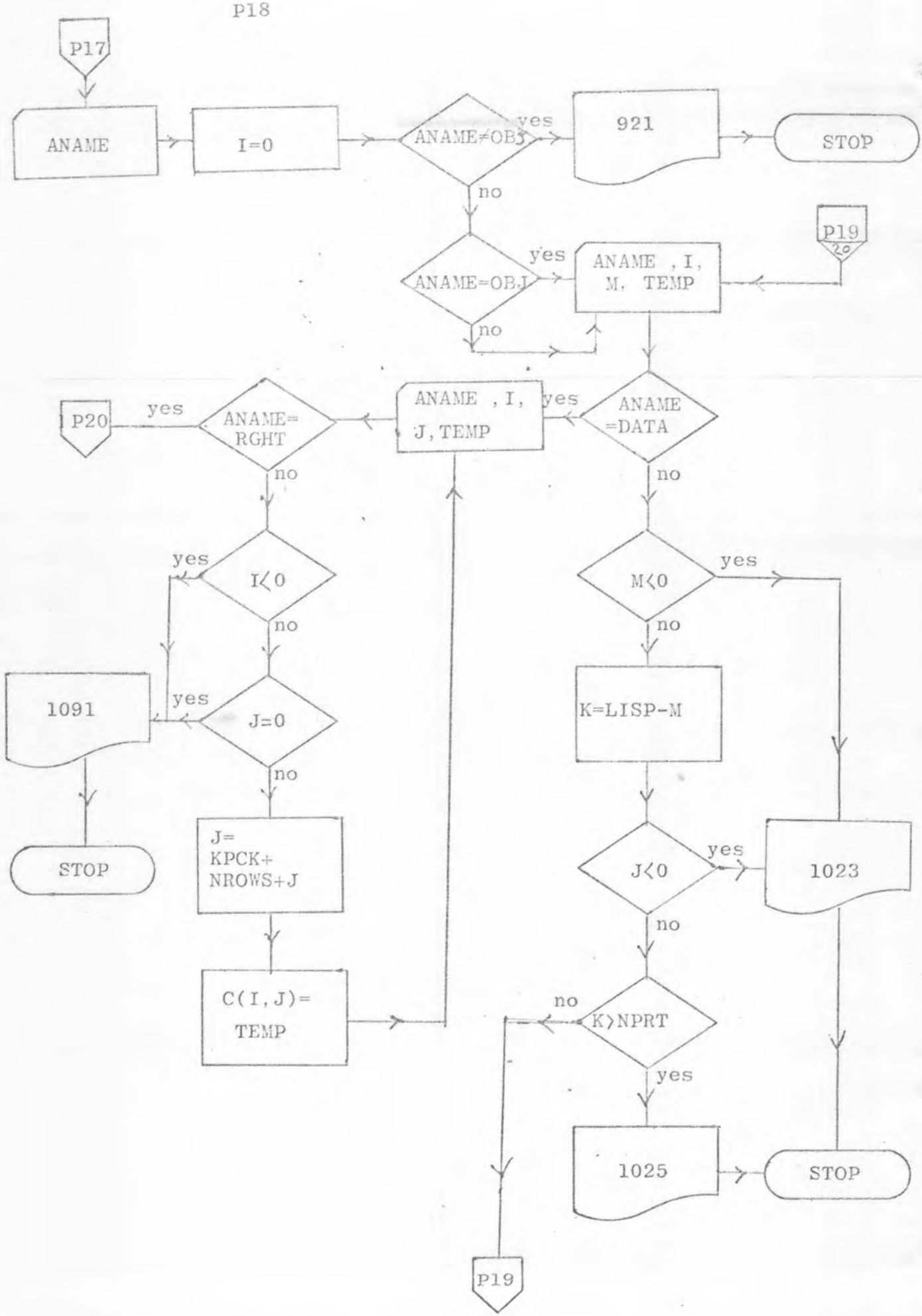

P13
NVAR<0
yes
no
NPRT<0
yes
no
NROWS<0
yes
914
no
ANAME≠PROB
yes
902
STOP
no
EQUALS (I), I=1, NROWS
NART =0
NFLDS =0
P15

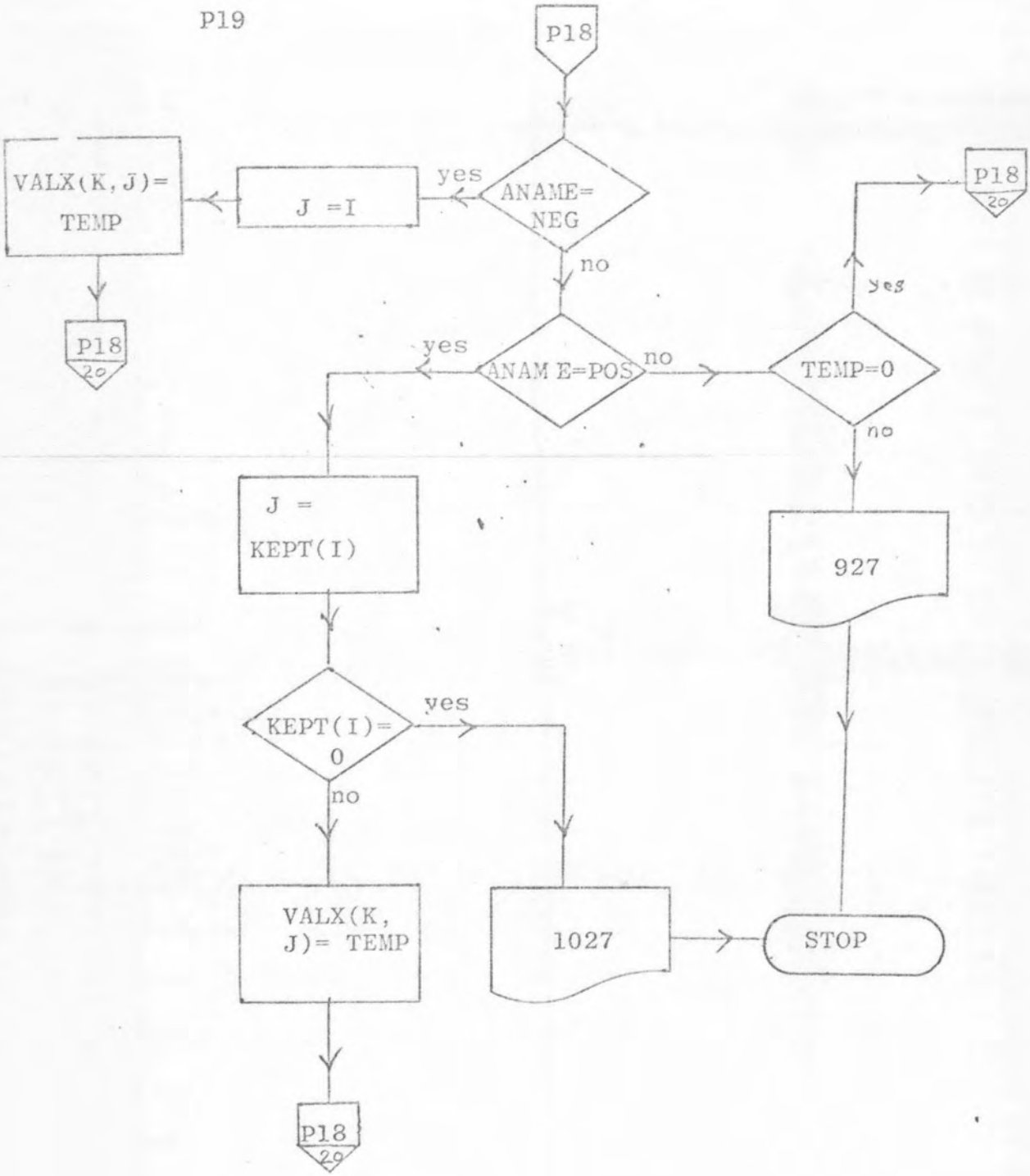
P15

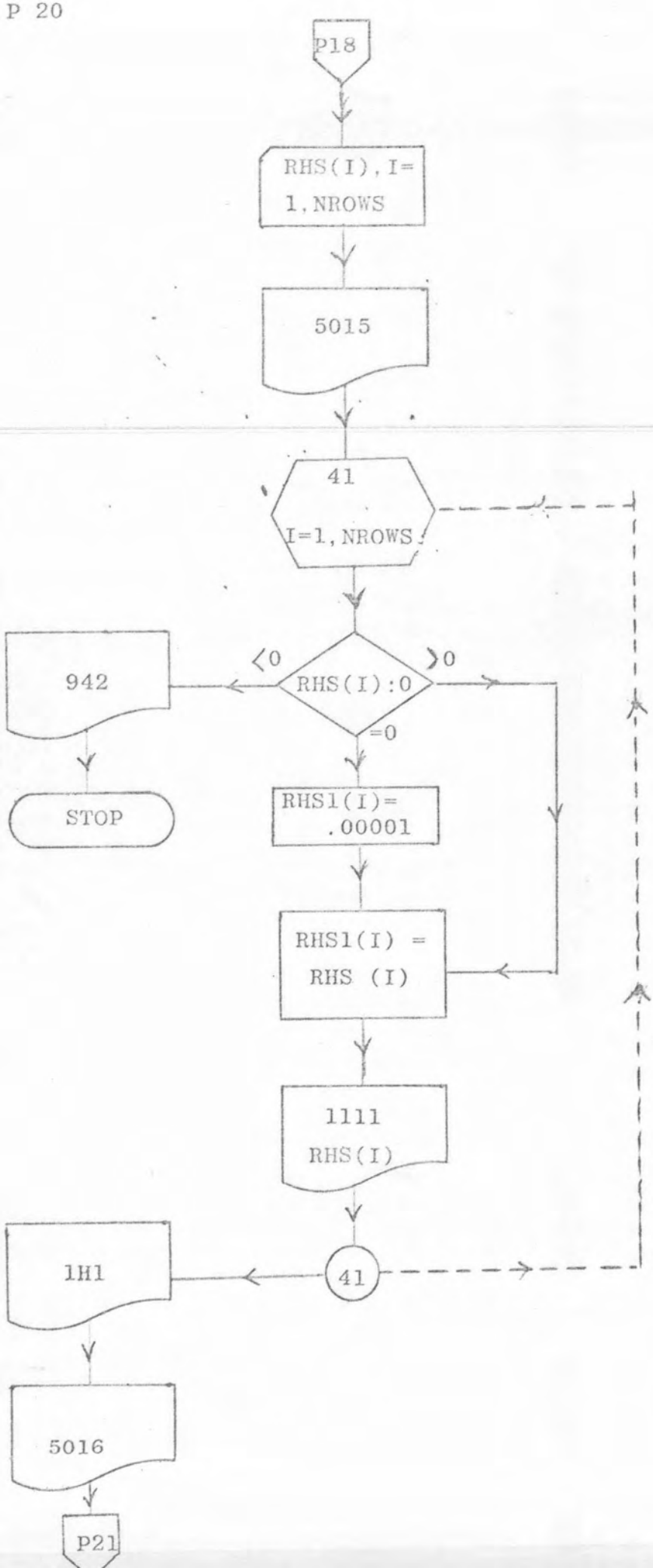

P14
12
I=1, NROWS
NFLDS=
NFLDS+1
yes
EQUALS(I)
=B
no
12
NFLDS =
NFLDS +1
yes
EQUALS(I)
=G
no
NSIZE=
NFLDS+NROWS
+ NVAR
yes
NROWS>NR
no
912
yes
NSIZE>NV
no
STOP
KDUD =
NPRT+1
P16

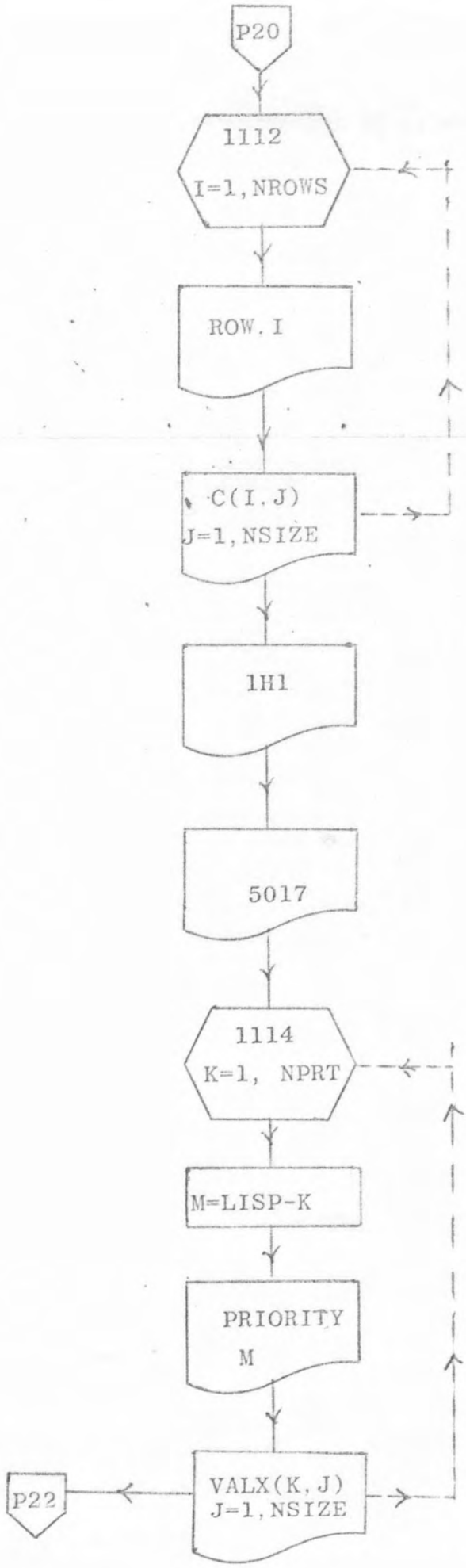

P15
16
J=1, NSIZE
16
I=1, NROWS
KEPT(I)=0
yes
I > KDUD
no
K=I
RVLX(K, J) = 0·0
VALX(K, J) = 0·0
yes
C(I, J)=1·0
I=J
no
VALY(I, K) = 0·0
yes
C(I, J)=0·0
I ≠ J
no
16
P17
KPCK=0
K=KDUD

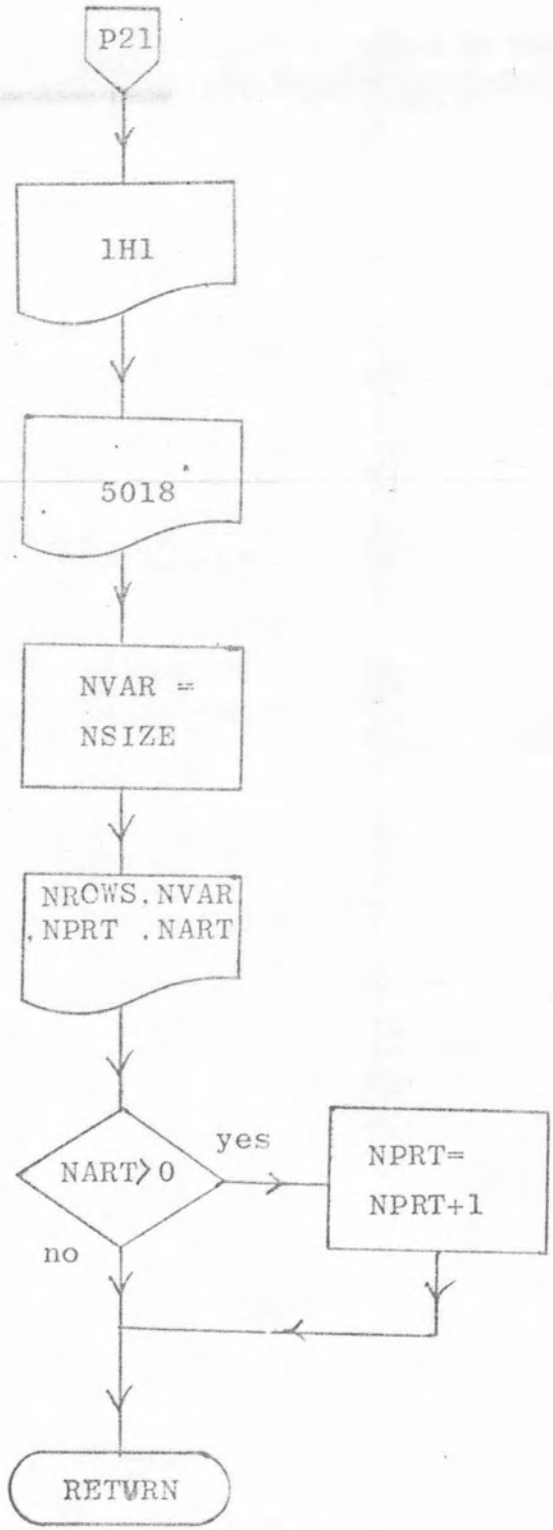

P17
P16
13
I=1, NROWS
yes
EQUALS(I)
=E
J = I
VALY(K, J)=
1.0
no
NART=
NART+1
yes
EQUALS
(I)=G
KPCK =
KPCK+1
TEST=1.0
no
J=NROWS+
KPCK
C(I, J)=
-1.0
KEPT(I)=J
J=I
VALX(K, J)
=1.
NART =
NART +1
TEST= 1.0
yes
EQUALS(I)
=L
no
KPCK=
KPCK+1
yes
EQUALS(I)
=13
no
914
STOP
J=
KPCK+NROWS
C(I, J)=1.0
KEPT(I)=J
13
C
P18

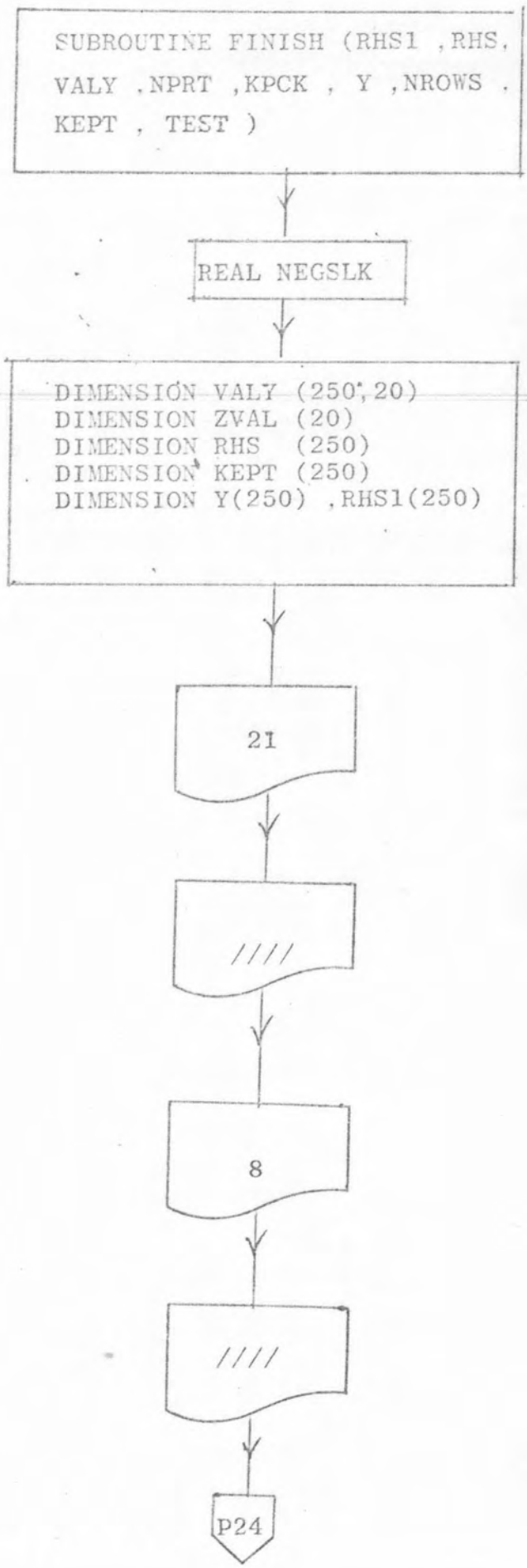

P17
ANAME
I=0
ANAME≠OBJ
yes
921
STOP
no
P19
20
ANAME=OBJ
yes
ANAME , I, M, TEMP
no
P20
yes
ANAME= RGHT
ANAME , I, J, TEMP
yes
ANAME =DATA
no
no
yes
I<0
M<0
yes
no
no
1091
yes
J=0
K=LISP-M
STOP
no
J= KPCK+ NROWS+J
J<0
yes
1023
no
C(I,J)= TEMP
no
K>NPRT
yes
1025
STOP
P19

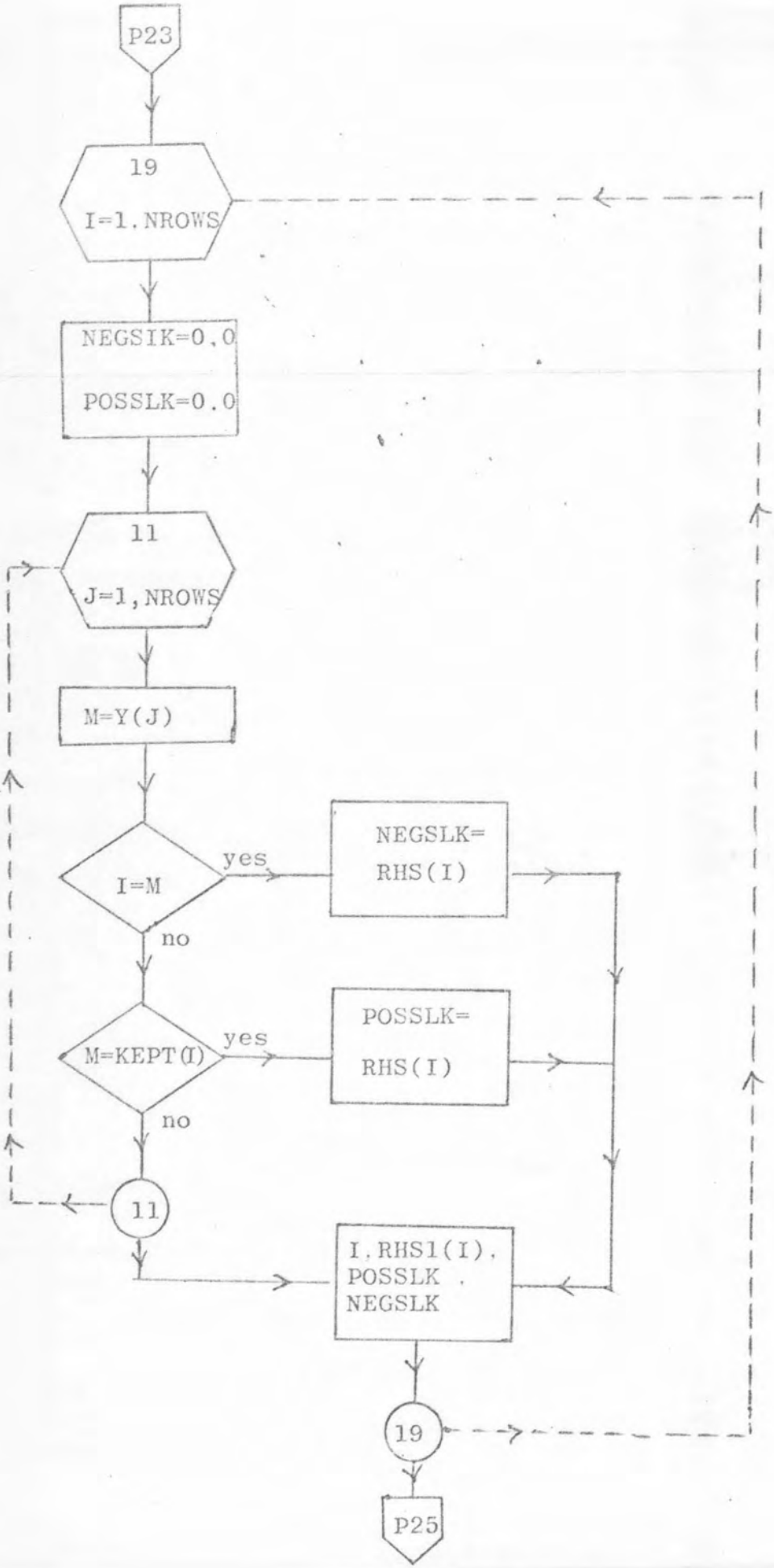

P18
ANAME= NEG
yes
J =I
VALX(K, J)= TEMP
P18 20
no
ANAM E=POS
yes
no
TEMP=0
yes
P18 20
no
J = KEPT(I)
927
KEPT(I)= 0
yes
no
VALX(K, J)= TEMP
1027
STOP
P18 20

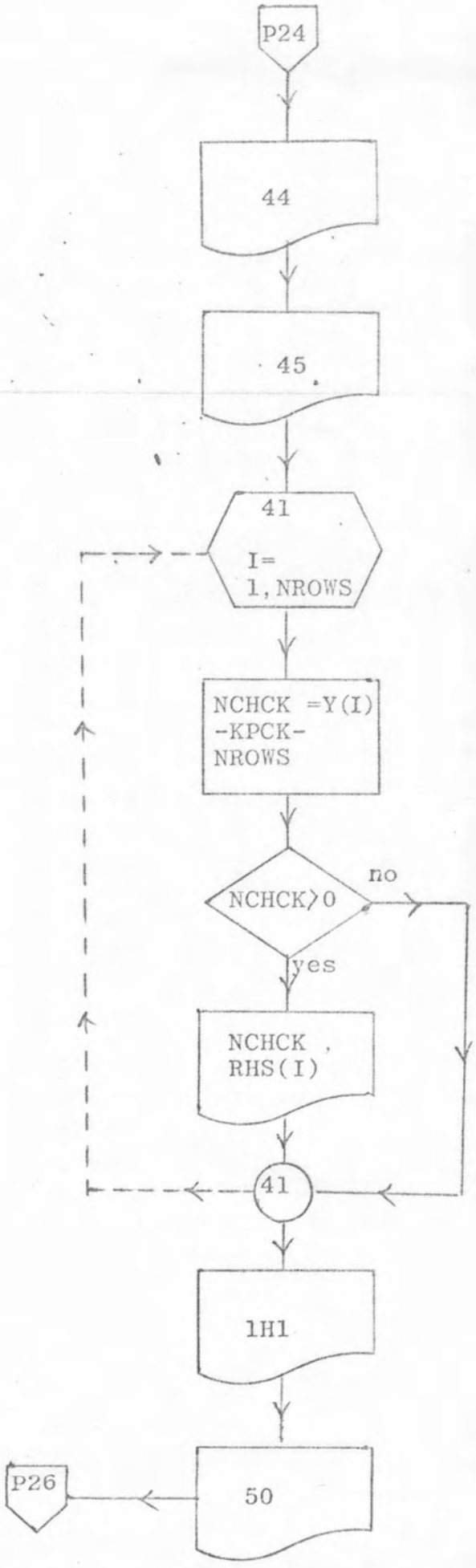

P18
RHS(I), I=
1, NROWS
5015
41
I=1, NROWS
942
<0
RHS(I):0
>0
=0
STOP
RHS1(I)=
.00001
RHS1(I) =
RHS (I)
1111
RHS(I)
1H1
41
5016
P21

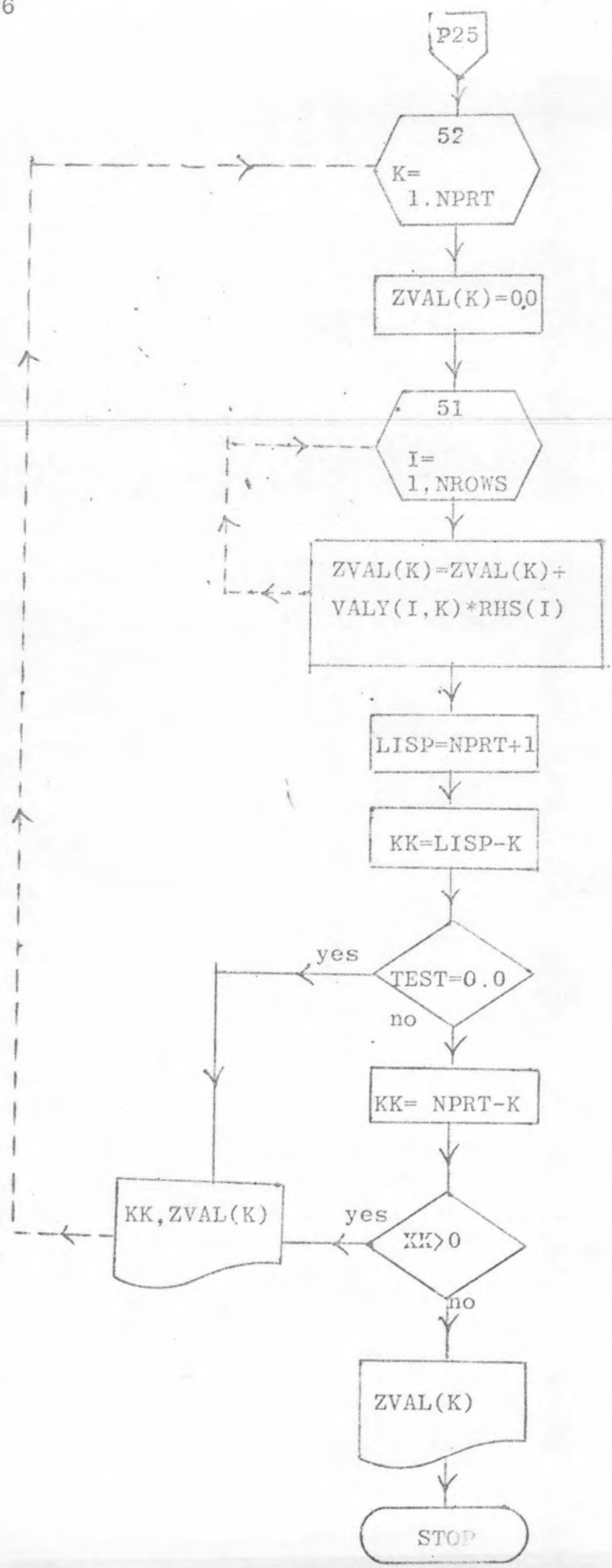

P20
1112
I=1,NROWS
ROW.I
C(I.J)
J=1,NSIZE
1H1
5017
1114
K=1, NPRT
M=LISP-K
PRIORITY
M
VALX(K,J)
J=1,NSIZE
P22


P21
1H1
5018
NVAR =
NSIZE
NROWS, NVAR
, NPRT , NART
NART> 0
yes
NPRT=
NPRT+1
no
RETURN


SUBROUTINE FINISH (RHS1 ,RHS,
VALY ,NPRT ,KPCK , Y ,NROWS ,
KEPT , TEST)
REAL NEGSLK
DIMENSION VALY (250,20)
DIMENSION ZVAL (20)
DIMENSION RHS (250)
DIMENSION KEPT (250)
DIMENSION Y(250) ,RHS1(250)
21
////
8
////
P24


P23
19
I=1, NROWS
NEGSIK=0.0
POSSLK=0.0
11
J=1, NROWS
M=Y(J)
I=M
yes
NEGSLK=
RHS(I)
no
M=KEPT(I)
yes
POSSLK=
RHS(I)
no
11
I, RHS1(I),
POSSLK ,
NEGSLK
19
P25


P24
44
45
41
I=
1, NROWS
NCHCK =Y(I)
-KPCK-
NROWS
NCHCK>0
no
yes
NCHCK ,
RHS(I)
41
1H1
50
P26


P25
52
K=
1, NPRT
ZVAL(K)=0.0
51
I=
1, NROWS
ZVAL(K)=ZVAL(K)+
VALY(I,K)*RHS(I)
LISP=NPRT+1
KK=LISP-K
yes
TEST=0.0
no
KK= NPRT-K
KK, ZVAL(K)
yes
KK>0
no
ZVAL(K)
STOP